



Epreuve de Mathématiques

Février 2024

Durée : 02h00

L'utilisation de la calculatrice est autorisée (circ. 99-186 du 16 novembre 1999)

Le sujet est constitué de neuf exercices indépendants.

Le candidat peut les traiter dans l'ordre qui lui convient.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.

Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice 1

13 points

Pour chacune des six affirmations suivantes, indiquer sur la copie, si elle est vraie ou fausse.

On rappelle que chaque réponse doit être justifiée.

1) On considère la fonction f définie par $f(x) = 3x - 7$

Affirmation 1 : « L'image par f du nombre -1 est 2 ».

2) On considère l'expression $E = (x - 5)(x + 1)$

Affirmation 2 : « L'expression E a pour forme développée et réduite $x^2 - 4x + 5$ ».

3) On considère l'expression $F = (4x - 5)(4x + 5) + (4x + 5)^2$

Affirmation 3 : « L'expression F a pour forme développée et réduite $32x^2 + 40x$ ».

4) n est un nombre entier positif.

Affirmation 4 : « Lorsque n est égal à 6 , le nombre $2^n + 1$ est un nombre premier ».

5) **Affirmation 5 :** « $\frac{3}{10} + \frac{9}{10} \times \frac{11}{6} = \frac{39}{10}$ »

Exercice 2**10 points**

Dans cet exercice, aucune justification n'est demandée.

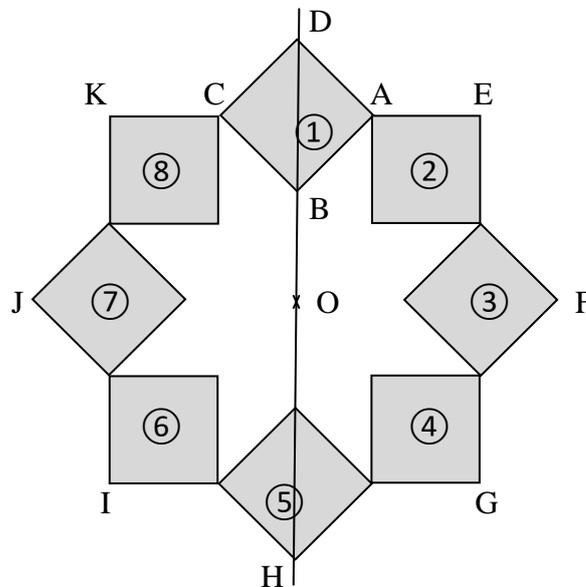
On a construit un carré ABCD.

On a construit le point O sur la droite (DB), à l'extérieur du segment [DB] et tel que : $OB = AB$.

Le point H est le symétrique de D par rapport à O.

On a obtenu la figure ci-contre en utilisant plusieurs fois la même rotation de centre O et d'angle 45° .

La figure obtenue est symétrique par rapport à l'axe (DB) et par rapport au point O.



1) Donner deux carrés différents, images l'un de l'autre par la symétrie axiale d'axe (DB).

2) Le carré ③ est-il l'image du carré ⑧ par la symétrie centrale de centre O ?

3) On considère la rotation de centre O qui transforme le carré ① en le carré ②.

Quelle est l'image du carré ⑧ par cette rotation ?

4) On considère la rotation de centre O qui transforme le carré ② en le carré ⑤.

Préciser l'image du segment [EF] par cette rotation.

5) On considère la translation qui transforme C en J.

Quelle est l'image du carré ③ par cette translation ?

Exercice 3**9 points**

Le capitaine d'un navire possède un trésor constitué de 69 diamants, 1 150 perles et 4 140 pièces d'or.

1) Décomposer 69 ; 1 150 et 4 140 en produits de facteurs premiers.

2) Le capitaine partage équitablement le trésor entre les marins.

Combien y-a-t-il de marins sachant que toutes les pièces, perles et diamants ont été distribués ?

Exercice 4**13 points**

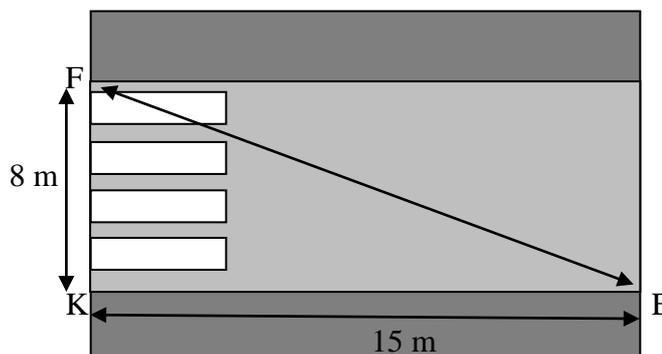
S'étant rendormie après que le réveil a sonné, Emma est en retard pour aller rejoindre ses amis au terrain de basket.

Elle décide alors de traverser imprudemment la route du point E au point F sans utiliser les passages piétons.

Le passage piéton est supposé perpendiculaire au trottoir.

En moyenne, un piéton met 9 secondes pour parcourir 10 mètres.

Combien de temps Emma a-t-elle gagné en traversant sans utiliser le passage piéton ?

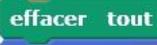
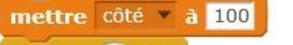


Toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera valorisée dans la notation.

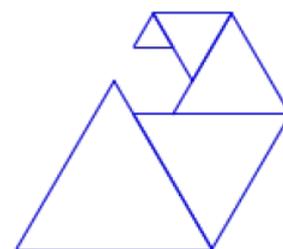
Exercice 5**12 points**

On donne le programme suivant qui permet de tracer plusieurs triangles équilatéraux de tailles différentes. Ce programme comporte une variable nommée "côté". Les longueurs sont données en pixels.

On rappelle que l'instruction  signifie que l'on se dirige vers la droite.

Numéros d'instruction	Script	Le bloc triangle
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		

- 1) Quelles sont les coordonnées du point de départ du tracé ?
- 2) Combien de triangles sont dessinés par le script ?
- 3) a) Quelle est la longueur (en pixels) du côté du deuxième triangle tracé ?
b) Tracer à main levée l'allure de la figure obtenue quand on exécute ce script.
- 4) On modifie le script initial pour obtenir la figure ci-contre.
Indiquer le numéro d'une instruction du script **après laquelle** on peut placer l'instruction  pour obtenir cette nouvelle figure.

**Exercice 6****18 points**

Dans la vitrine d'un magasin A sont présentés au total 45 modèles de chaussures. Certaines sont conçues pour la ville, d'autres pour le sport et sont de trois couleurs différentes : noire, blanche ou marron.

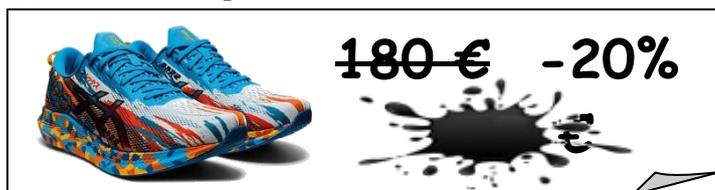
1. Compléter le tableau suivant sur l'annexe 1.

Modèle	Pour la ville	Pour le sport	Total
Noir		5	20
Blanc	7		
Marron		3	
Total	27		45

2. On choisit un modèle de chaussures au hasard dans cette vitrine. Les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.
 - a. Quelle est la probabilité de choisir un modèle de couleur noire ?
 - b. Quelle est la probabilité de choisir un modèle pour le sport ?
 - c. Quelle est la probabilité de choisir un modèle pour la ville de couleur marron ?
3. Dans la vitrine d'un magasin B, on trouve 54 modèles de chaussures dont 30 de couleur noire. On choisit au hasard un modèle de chaussures dans la vitrine du magasin A puis dans celle du magasin B. Dans laquelle des deux vitrines a-t-on le plus de chance d'obtenir un modèle de couleur noire ? Justifier.

Exercice 7**7 points**

1. Pour son triathlon, Sébastien choisit une paire de chaussures en solde mais il y a une tache sur l'étiquette (voir ci-dessous). Retrouver le prix soldé.



Désolé, j'ai encore fait une tache.



2. Sébastien a failli abandonner et termine un triathlon très affaibli déshydraté par la chaleur. Alors qu'il pesait 75 kg au départ, il ne pesait plus que 71 kg à l'arrivée. En cherchant des explications à sa défaillance, il a trouvé le tableau ci-dessous.

Perte de masse en %	Effet sur la performance
Jusqu'à 2 %	Perte d'endurance
De 2 % à 4 %	Perte de puissance
Plus de 4 %	Risque de malaise

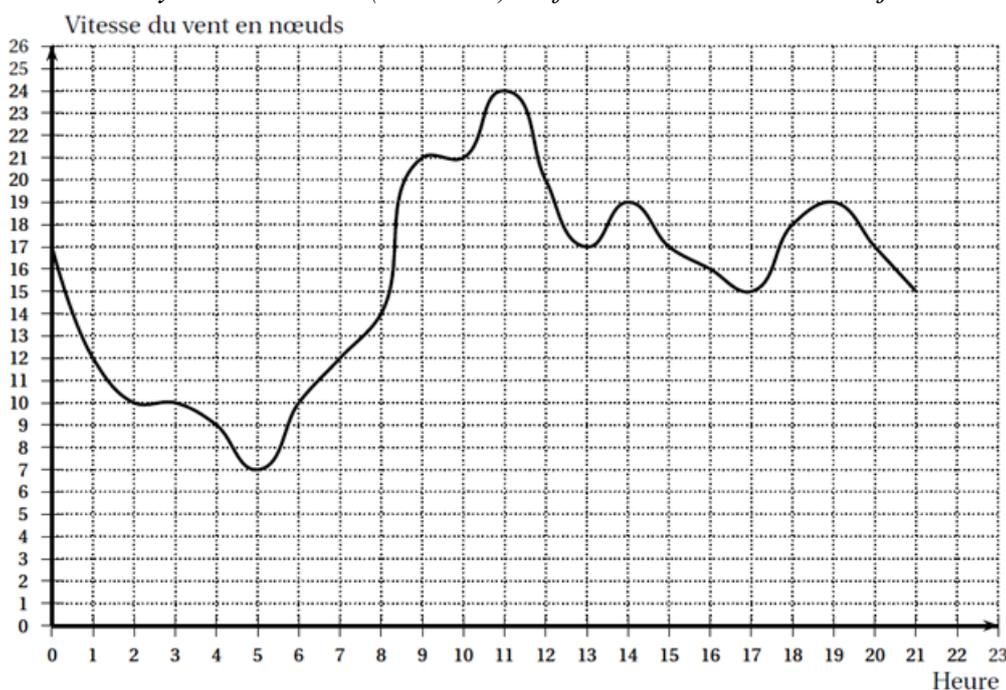
Sébastien était-il proche du malaise à la fin de son triathlon ? Justifier votre réponse.

Exercice 8**7 points**

Pendant ses vacances en Nouvelle Calédonie, Angelo va sur le site « météo NC » pour avoir une idée des meilleurs moments pour faire du cerf-volant avec ses enfants. Il obtient le graphique ci-dessous qui donne la prévision de la vitesse du vent, en nœuds, en fonction de l'heure de la journée.

Répondre aux questions par lecture graphique. Aucune justification n'est demandée.

Vitesse moyenne des vents (en nœuds) en fonction de l'heure de la journée



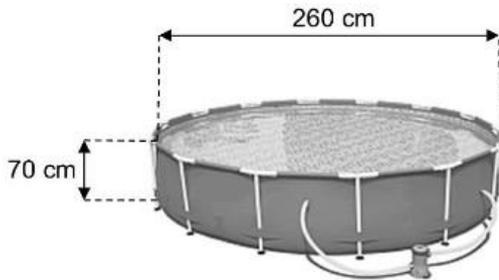
- 1) a) Quelle est la vitesse du vent prévue à 14 h ?
 b) À quelles heures prévoit-on 12 nœuds de vent ?
 c) À quelle heure la vitesse du vent prévue est-elle la plus élevée ?
 d) À quelle heure la vitesse du vent prévue est-elle la plus faible ?
- 2) La pratique du cerf-volant est dangereuse au-dessus de 20 nœuds. De quelle heure à quelle heure ne faut-il pas faire de cerf-volant ?

On répondra avec la précision permise par le graphique.

Une famille désire acheter, pour les enfants, une piscine cylindrique hors sol équipée d'une pompe électrique. Elle compte l'utiliser cet été du mois de juin au mois de septembre inclus. Elle dispose d'un budget de 250 €.

À l'aide des documents suivants, dire si le budget de cette famille est suffisant pour l'achat de cette piscine et les frais de fonctionnement.

Laisser toute trace de recherche, même si elle n'est pas aboutie.

Document 1**Caractéristiques techniques :**

- Hauteur de l'eau : 65 cm
- Consommation électrique moyenne de la pompe : 3,42 kWh par jour.
- Prix (piscine + pompe) : 95 €.

Document 2

Prix d'un kWh : 0,28 €.

Le kWh (kilowattheure) est l'unité de mesure de l'énergie électrique.

Document 3

Prix d'un m³ d'eau : 3,72 €.

Document 4

Le volume d'un cylindre est donné par la formule suivante :

$$V = \pi \times r^2 \times h$$

où r est le rayon du cylindre et h sa hauteur.

A découper et à mettre dans la copie**Annexe****N° candidat :**

Modèle	Pour la ville	Pour le sport	Total
Noir		5	20
Blanc	7		
Marron		3	
Total	27		45

Correction

Exercice 1

- 1) $f(-1) = 3 \times (-1) - 7 = -3 - 7 = -10$: affirmation 1 fausse.
- 2) $E = x \times x + x \times 1 - 5 \times x - 5 \times 1$
 $E = x^2 + x - 5x - 5$
 $E = x^2 - 4x - 5$: affirmation 2 vraie.
- 3) $F = (4x - 5)(4x + 5) + (4x + 5)^2$
 $F = ((4x)^2 - 5^2) + ((4x)^2 + 2 \times 4x \times 5 + 5^2)$
 $F = (16x^2 - 25) + (16x^2 + 40x + 25)$
 $F = 16x^2 - 25 + 16x^2 + 40x + 25$
 $F = 16x^2 + 16x^2 + 40x - 25 + 25$
 $F = 32x^2 + 40x$: affirmation 3 vraie.
- 4) $2^6 + 1 = 64 + 1 = 65$; or 65 est un multiple de 5 donc n'est pas premier : affirmation 4 fausse.
- 5) $\frac{3}{10} + \frac{9}{10} \times \frac{11}{6} = \frac{3}{10} + \frac{99}{60} = \frac{18}{60} + \frac{99}{60} = \frac{117}{60} = \frac{39}{20}$: affirmation 5 vraie.

Exercice 2

- 1) Les carrés ⑧ et ②, les carrés ⑥ et ④, les carrés ⑦ et ③ sont symétriques par rapport à l'axe (DB).
- 2) Les carrés ⑧ et ③ ne sont pas symétriques autour de O (leurs centres ne sont pas alignés avec O).
- 3) L'image du carré ⑧ par la rotation de centre O et d'angle 45° est le carré ①.
- 4) La rotation est la rotation de centre O et d'angle 135° . E donne H et F donne I, donc l'image de [EF] est le segment [HI].
- 5) L'image du carré ③ la translation qui transforme C en J est le carré ⑤.

Exercice 3

- 1) $69 = 3 \times 23$
 $1\ 150 = 115 \times 10 = 5 \times 23 \times 2 \times 5 = 2 \times 5^2 \times 23$
 $4\ 140 = 414 \times 10 = 2 \times 207 \times 2 \times 5 = 2 \times 9 \times 23 \times 2 \times 5 = 2 \times 3 \times 3 \times 23 \times 2 \times 5 = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 23$
- 2) Le trésor est partagé équitablement entre tous les marins. Le nombre de marins doit donc diviser à la fois 69, 1 150 et 4 140.
Le seul diviseur commun, supérieur à 1, à ces trois nombres est 23.
Il y a donc 23 marins. (Chaque marin a 3 diamants, 50 perles et 180 pièces d'or)

Exercice 4

Parcours FE direct.

On va calculer la longueur FE.

D'après le théorème de Pythagore dans le triangle FKE rectangle en K, on a :

$$FE^2 = FK^2 + KE^2$$

$$FE^2 = 15^2 + 8^2$$

$$FE^2 = 225 + 64$$

$$FE^2 = 289$$

$$FE = \sqrt{289}$$

$$FE = 17 \text{ m.}$$

Distance en m	10	17
Temps en s	9	15,3

$$\leftarrow 9 \times 17 : 10$$

15,3 s pour aller de F à E directement.

Parcours FE en passant par K.

Longueur = $8 + 15 = 23$ m

Distance en m	10	23
Temps en s	9	20,7

$$\leftarrow 9 \times 23 : 10$$

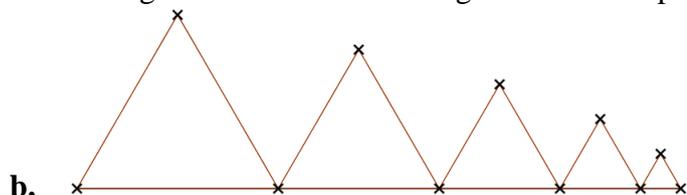
20,7 s pour aller de F à E en passant par K.

$$20,7 - 15,3 = 5,4$$

En coupant au plus court, Emma ne gagnera que 5,4 s.

Exercice 5

- 1) Les coordonnées du point de départ du tracé sont $(-200 ; -100)$.
- 2) On répète 5 fois l'instruction qui dessine un triangle. On a donc dessiné 5 triangles.
- 3) a. La longueur du côté du 2° triangle tracé est 80 pixels ($100 - 20 = 80$).



- 4) On peut placer cette instruction après la ligne 8 ou la ligne 9.

Exercice 6

- 1) Compléter le tableau suivant sur l'annexe 1.

Modèle	Pour la ville	Pour le sport	Total
Noir	15	5	20
Blanc	7	10	17
Marron	5	3	8
Total	27	18	45

- 2) a) Quelle est la probabilité de choisir un modèle de couleur noire ? $\frac{20}{45} = \frac{4}{9}$
b) Quelle est la probabilité de choisir un modèle pour le sport ? $\frac{18}{45} = \frac{2}{5}$
c) Quelle est la probabilité de choisir un modèle pour la ville de couleur marron ? $\frac{5}{45} = \frac{1}{9}$

- 3) Magasin A : $P(\text{noire}) = \frac{4}{9}$ Magasin B : $P(\text{noire}) = \frac{30}{54} = \frac{5}{9}$

On a plus de chance d'obtenir une chaussure noire dans le magasin B.

Exercice 7

$$1) 180 \times \left(1 - \frac{20}{100}\right) = 180 \times (1 - 0,2) = 180 \times 0,8 = 144$$

Le prix soldé des chaussures est 144 €.

$$2) 75 - 71 = 4$$

Il a perdu 4 kg sur ces 75 kg.

$$\frac{4}{75} \approx 0,053 = \frac{5,3}{100} = 5,3 \%$$

Etant au dessus de 4%, Sébastien risquait un malaise.

Exercice 8

- 1) a) À 14 h la vitesse du vent prévue est de 19 nœuds.
b) La vitesse du vent sera de 12 nœuds à 1 h et à 7 h.
c) La vitesse du vent la plus élevée (24 nœuds) est prévue à 11 h.
d) La vitesse du vent la plus faible (7 nœuds) est prévue à 5 h.
- 2) La pratique du cerf-volant sera dangereuse entre 8 h 30 et 12 h.

Exercice 9

Juin : 30 jours

Juillet : 31 jours

Août : 31 jours

Septembre : 30 jours

Total : 122 jours.

Consommation électrique : $122 \times 3,42 \times 0,28 = 116,8272 \text{ €} \approx 117 \text{ €}$

Eau : Volume = $\pi \times r^2 \times h = \pi \times 130^2 \times 65 \approx 3\,451\,040 \text{ cm}^3$ soit $3,451\,040 \text{ m}^3$

Prix = $3,451\,040 \times 3,72 = 12,8378688 \approx 13 \text{ €}$

Coût total = $117 + 13 + 95 = 225 \text{ €}$

Le budget de 250 € est suffisant.