



Epreuve de Mathématiques

Mai 2024

Durée : 02h00

L'utilisation de la calculatrice est autorisée (circ. 99-186 du 16 novembre 1999)

Le sujet est constitué de sept exercices indépendants.

Le candidat peut les traiter dans l'ordre qui lui convient.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.

Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

Le sujet comporte 7 pages.

Exercice 1

12 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Aucune justification n'est demandée.

Pour chaque question, trois réponses (A, B et C) sont proposées. **Une seule réponse est exacte.**

Recopier sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie.

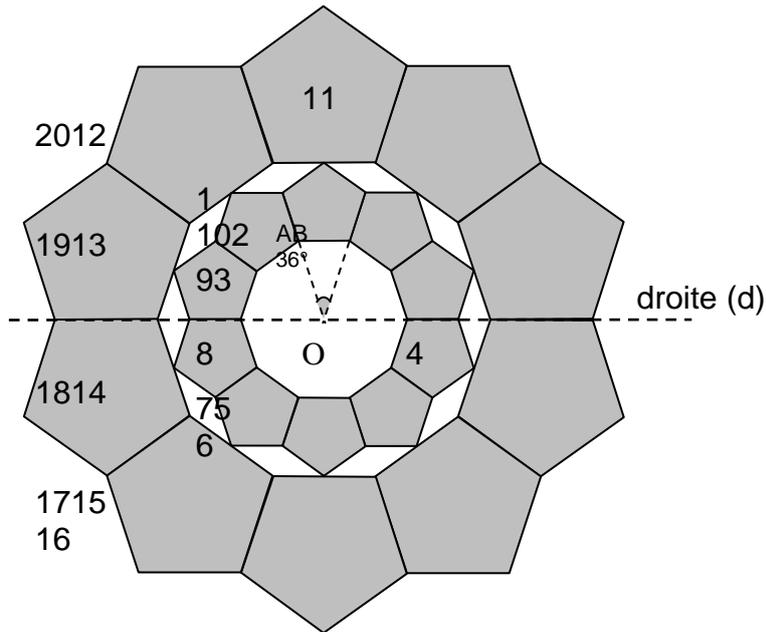
PARTIE A :

Une urne contient 7 jetons verts, 4 jetons rouges, 3 jetons bleus et 2 jetons jaunes. Les jetons sont indiscernables au toucher. On pioche un jeton au hasard dans cette urne.

Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1) À quel événement correspond une probabilité de $\frac{7}{16}$?	Obtenir un jeton de couleur rouge ou jaune.	Obtenir un jeton qui n'est pas vert.	Obtenir un jeton vert.
2) Quelle est la probabilité de tirer un jeton vert ou rouge ?	$\frac{11}{16}$	$\frac{11}{5}$	11
3) Quelle est la probabilité de ne pas tirer un jeton rouge ?	$\frac{13}{16}$	$\frac{16}{12}$	$\frac{3}{4}$

PARTIE B :

On considère la figure suivante, composée de vingt motifs numérotés de 1 à 20, dans laquelle $\widehat{AOB} = 36^\circ$.



Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
4) Quelle est l'image du motif 20 par la symétrie d'axe la droite (d) ?	Le motif 17	Le motif 15	Le motif 12
5) Quelle est l'image du motif 9 par la symétrie de centre O ?	Le motif 3	Le motif 4	Le motif 8
6) Par quelle rotation le motif 3 est-il l'image du motif 1 ?	Une rotation de centre O et d'angle 36°	Une rotation de centre O et d'angle 72°	Une rotation de centre O et d'angle 108°

Exercice 2

12 points

$$A = (11x - 3)(8x - 4) + (11x - 3)(-3x + 19)$$

$$B = (8x + 6)^2 - (3x - 9)^2$$

J'ai factorisé A et j'ai trouvé.

$$A = (11x - 3)(5x - 1)$$

Sorry for the stains



Kilian Appoline

En factorisant B, j'ai trouvé comme toi.

En développant B, j'ai trouvé :

$$B = 55x^2 - 9x - 45$$

1) Factoriser A puis B afin et constater que les déclarations de Kilian et Appoline sont vraies.

2) Développer, réduire et ordonner B afin de trouver comme Appoline.

Exercice 3**18 points**

Raphaël attache son cerf-volant au point T.

Il fait 20 pas pour parcourir la distance TH.

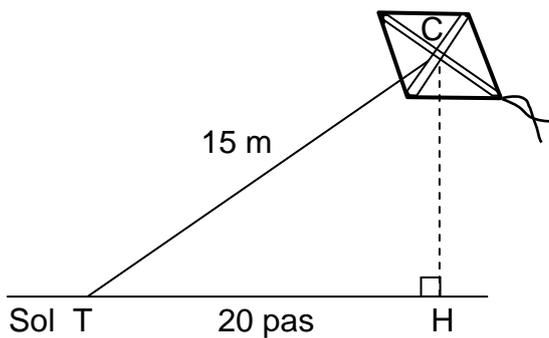
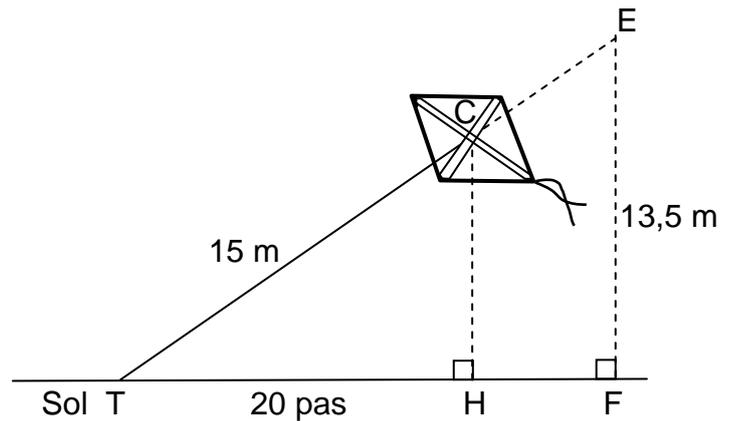
Un pas mesure 0,6 mètre.

Les schémas ci-dessous illustrent la situation. Ils ne sont pas à l'échelle.

Les points T, C et E sont alignés.

Les points T, H et F sont alignés.

$TC = 15$ m

Schéma 1**Schéma 2**

- 1) Schéma 1 : montrer que la hauteur CH du cerf-volant est égale à 9 m.
- 2) Schéma 2 : Raphaël souhaite que son cerf-volant atteigne une hauteur de 13,5 m.
 - a) Expliquer pourquoi les droites (HC) et (FE) sont parallèles.
 - b) Calculer la longueur TE de la corde nécessaire.

Exercice 4**9 points**

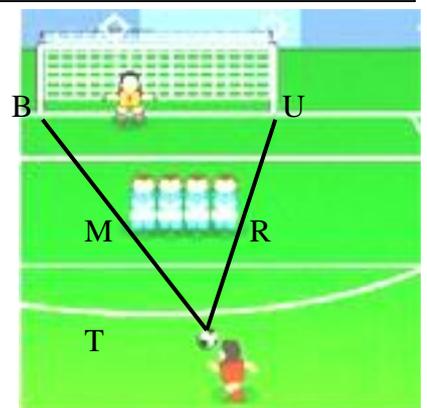
Lors d'un coup franc, le gardien de but GianluigiDonnarummaplace un mur de joueurs pour empêcher le tireur de marquer.

Si le mur [MR] formé par les joueurs est parallèle au but [BU], Donnarummaest sûr que le joueur tire à côté du but.

Sachant que :

$BU = 7,32$ m ; $TM = 9,80$ m ; $TB = 24,50$ m ; $TR = 9,20$ m et $TU = 23$ m,

Donnarummava-t-il prendre un but ?



Flavia et Lilou ont chacune un programme de calcul.

Programme de Flavia	Programme de Lilou
Etape 1 : Choisir un nombre de départ	Etape 1 : Choisir un nombre de départ
Etape 2 : Ajouter 3	Etape 2 : Soustraire 5
Etape 3 : Multiplier le résultat par 4	Etape 3 : Ajouter le triple du nombre de départ
Etape 4 : Soustraire 12	Etape 4 : Ajouter 5

1) Avec le programme de Flavia

- a) Montrer que si Flavia choisit -5, elle obtient un résultat de -20.
- b) Quel résultat obtient-elle si elle choisit 2 ?

2) Avec le programme de Lilou

Lilou, férue d'informatique préfère créer et utiliser une feuille de tableur (document 1) ou scratch (document 2) pour appliquer son programme de calcul.

- a) En utilisant la feuille tableur (document 1), quel est le résultat trouvé par Lilou en choisissant -5 au départ. On ne demande pas de justification.
 - b) En utilisant la feuille tableur (document 1), quel est le résultat trouvé par Lilou en choisissant 2 au départ. On ne demande pas de justification.
 - c) En utilisant la feuille tableur (document 1), quel nombre doit choisir Lilou au départ pour trouver -4 au résultat. On ne demande pas de justification.
 - d) Quelle formule Lilou a-t-elle écrite dans la cellule B2 puis étirée vers la droite pour calculer le résultat à l'étape 2 ?
 - e) Dans le script (scratch) qu'y a-t-il d'écrit sous les taches ?
- 3) Montrer que quelque soit le nombre de départ, les deux programmes donnent toujours le même résultat.

Document 1

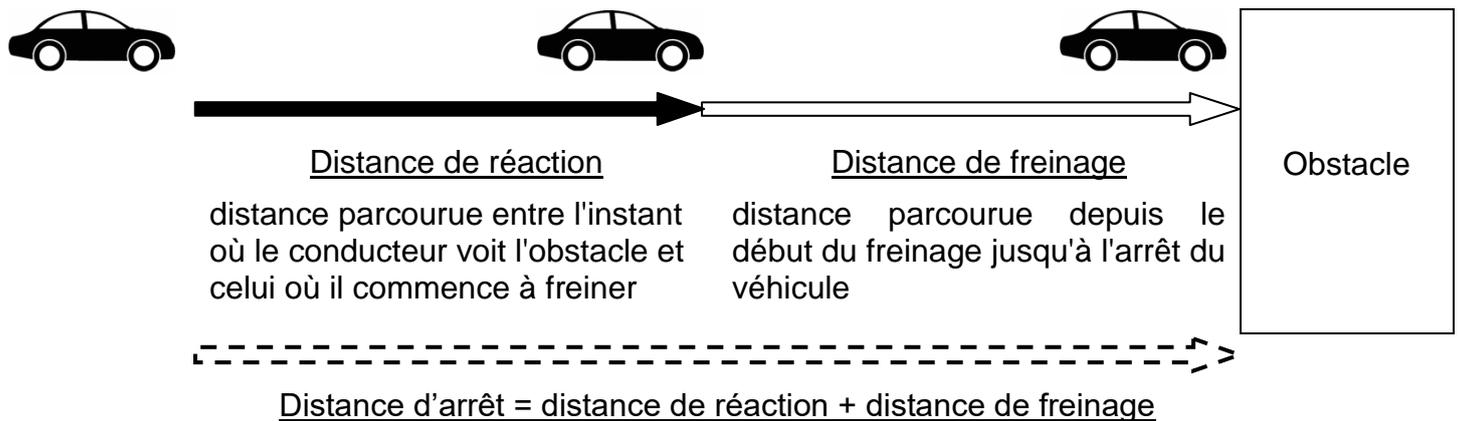
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
1	Etape 1	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	
2	Etape 2	-12	-11	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	
3	Etape 3	-33	-29	-25	-21	-17	-13	-9	-5	-1	3	7	11	15	19	23	
4	Etape 4	-28	-24	-20	-16	-12	-8	-4	0	4	8	12	16	20	24	28	
5																	

Document 2



En voiture :

La distance parcourue par un véhicule entre le moment où le conducteur voit un obstacle et l'arrêt complet du véhicule est schématisée ci-dessous :



- 1) Un scooter roulant à 45 km/h freine en urgence pour éviter un obstacle. À cette vitesse, la distance de réaction est égale à 12,5 m et la distance de freinage à 10 m. Quelle est la distance d'arrêt ?
- 2) Les deux graphiques donnés en annexe (page 7 du sujet) représentent, dans des conditions normales et sur route sèche, la distance de réaction et la distance de freinage en fonction de la vitesse du véhicule.

En utilisant ces graphiques, répondre aux questions suivantes.

- a) La distance de réaction est de 15 m. À quelle vitesse roule-t-on ? (*Aucune justification n'est attendue*)
 - b) La distance de freinage du conducteur est-elle proportionnelle à la vitesse de son véhicule ?
 - c) Déterminer la distance d'arrêt pour une voiture roulant à 90 km/h.
- 3) La distance de freinage en mètres, d'un véhicule sur route mouillée, peut se calculer à l'aide de la formule suivante, où v est la vitesse en km/h du véhicule :

$$\text{Distance de freinage sur route mouillée} = \frac{v^2}{152,4}$$

Calculer au mètre près la distance de freinage sur route mouillée à 110 km/h.

A pied :

L'épreuve du marathon consiste à parcourir le plus rapidement possible la distance de 42,195 km en course à pied. Cette distance se réfère historiquement à l'exploit effectué par le Grec Phillipidès, en 490 av. J-C, pour annoncer la victoire des Grecs contre les Perses. Il s'agit de la distance entre Marathon et Athènes.

- 4) En 2014, le kényan Dennis Kimetto a battu l'ancien record du monde en parcourant cette distance en 2 h 02 min 57 s.
Quel est alors l'ordre de grandeur de sa vitesse moyenne : 5 km/h, 10 km/h ou 20 km/h ?
- 5) Lors de cette même course, le britannique Scott Overall a mis 2 h 15 min pour réaliser son marathon. Calculer sa vitesse moyenne en km/h. Arrondir la valeur obtenue au centième de km/h.
- 6) Au moment où Dennis Kimetto franchit la ligne d'arrivée, déterminer le temps qu'il reste à courir à Scott Overall.

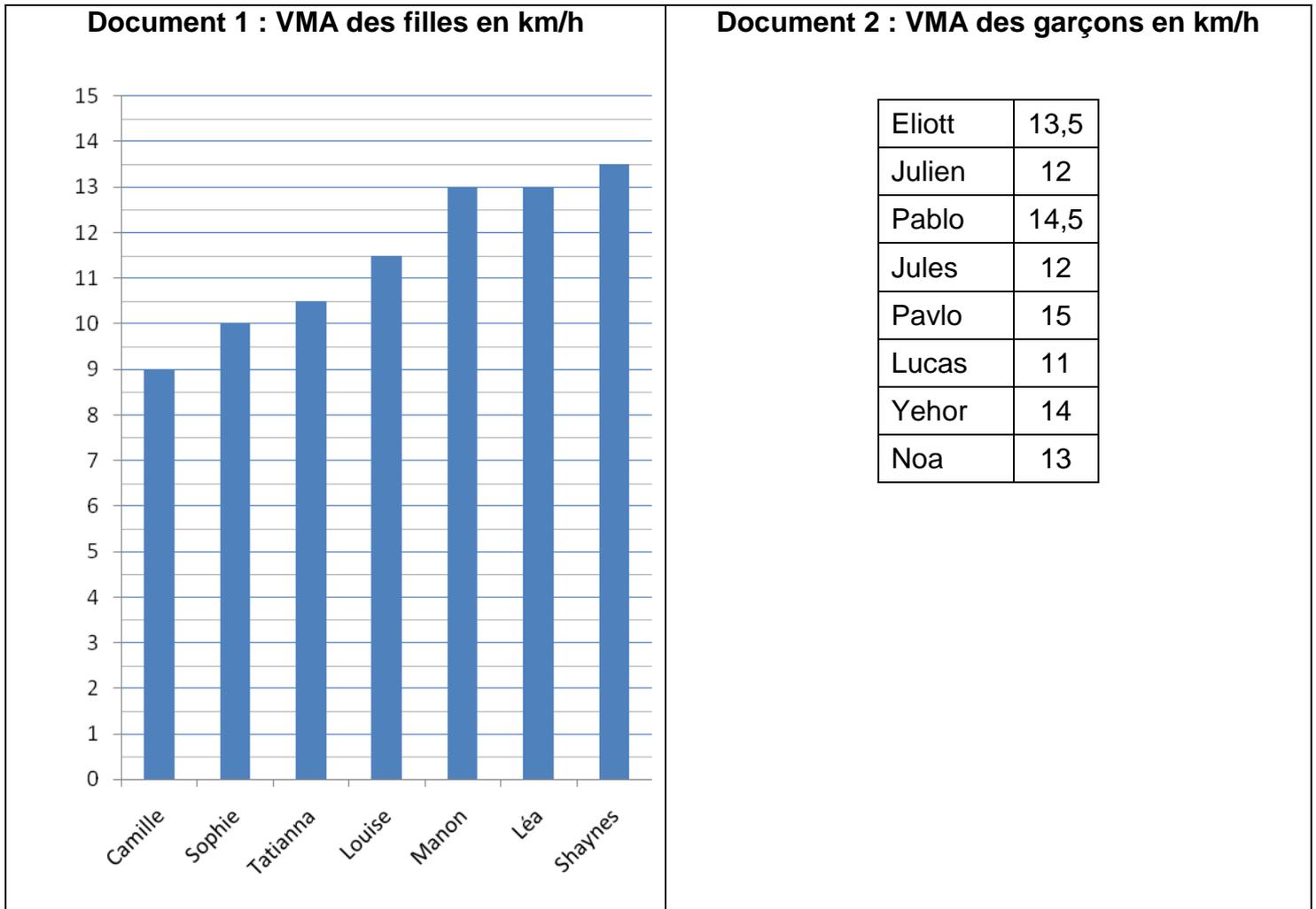
Exercice 7**12 points**

En cours d'éducation physique et sportive (EPS), 15 élèves d'une classe de troisième pratiquent la course de fond.

Les élèves réalisent le test de demi-Cooper : ils doivent parcourir la plus grande distance possible en six minutes.

Chaque élève calcule ensuite sa vitesse moyenne sur cette course. Le résultat obtenu est appelé VMA (Vitesse Maximale Aérobie).

L'enseignante a récolté les résultats et a obtenu les documents 1 et 2 ci-dessous :



Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses.

On rappelle que toutes les réponses doivent être justifiées.

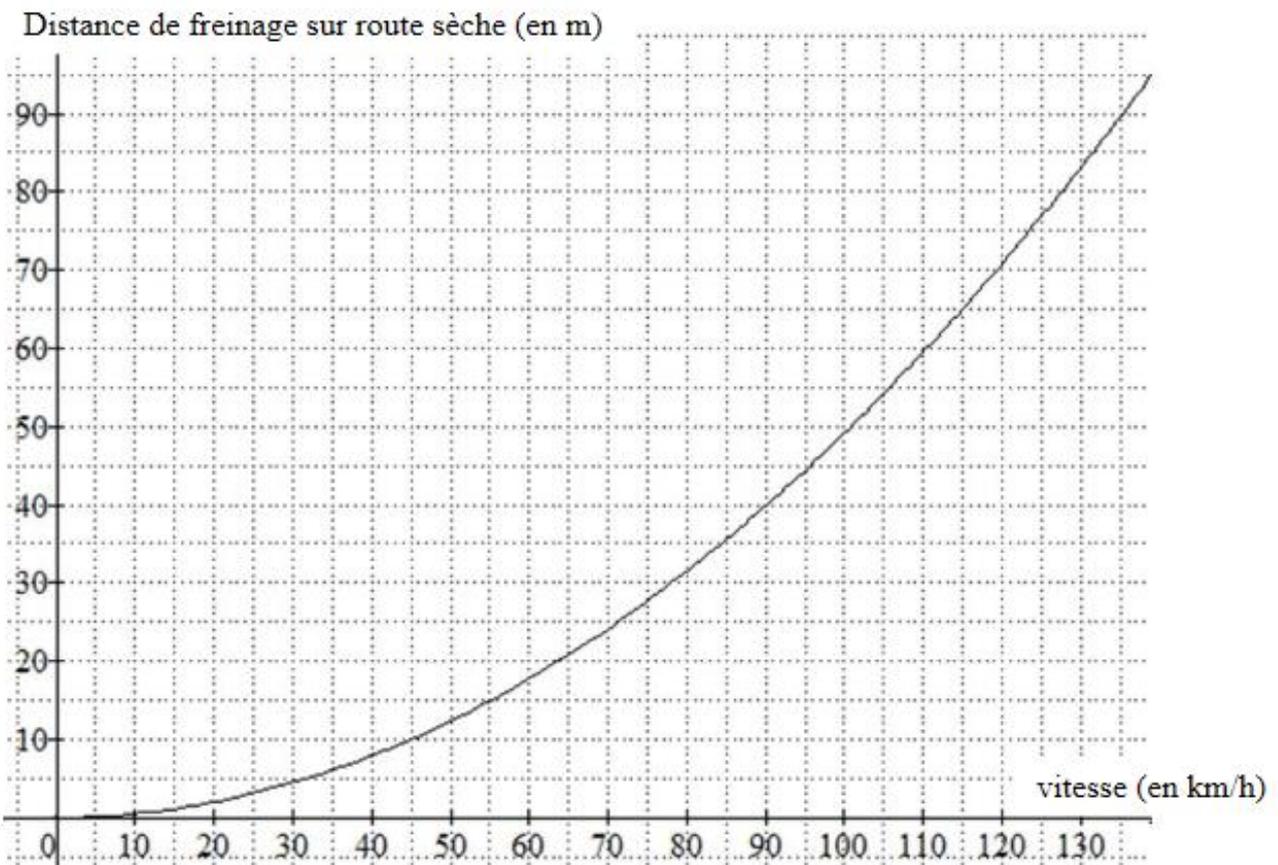
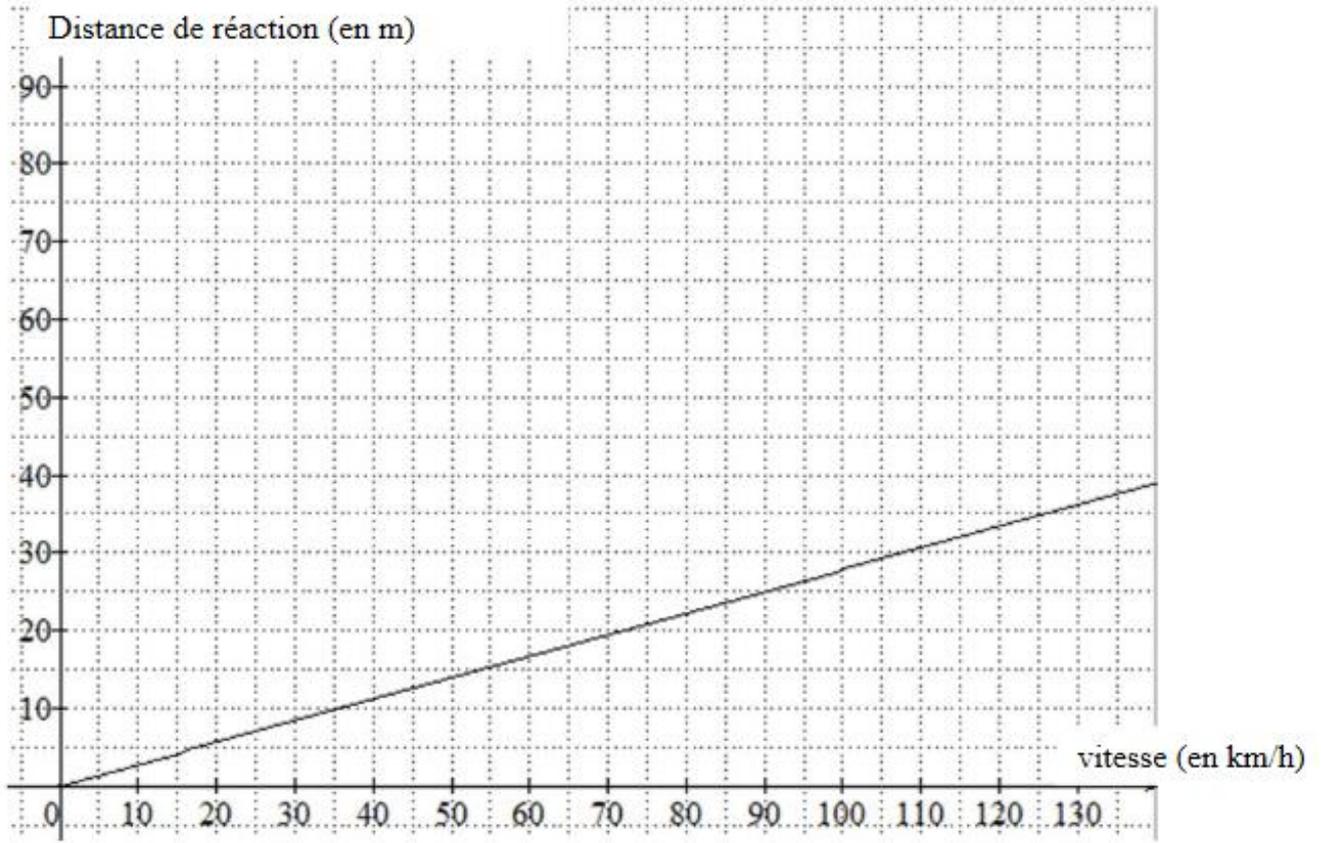
- 1) **Affirmation 1** : l'étendue de la série statistique des VMA des filles de la classe est plus élevée que celle de la série statistique de VMA des garçons de la classe.
- 2) **Affirmation 2** : la médiane des VMA des filles est la même que celle des garçons.
- 3) **Affirmation 3** : la moyenne des VMA du groupe est supérieure à 12,5 km/h.
- 4) **Affirmation 4** : il y a plus de 60% des élèves qui ont une VMA supérieure ou égale à 12 km/h.

**Histoire du test de Cooper**

Le docteur Kenneth H. Cooper a eu l'idée de ce test d'effort en 1968 et l'a créé pour les besoins de l'armée américaine. Selon lui, il s'agit d'un moyen pratique de vérifier la condition physique des individus.

Annexe

Graphiques de la question 2) de l'exercice 6



Correction

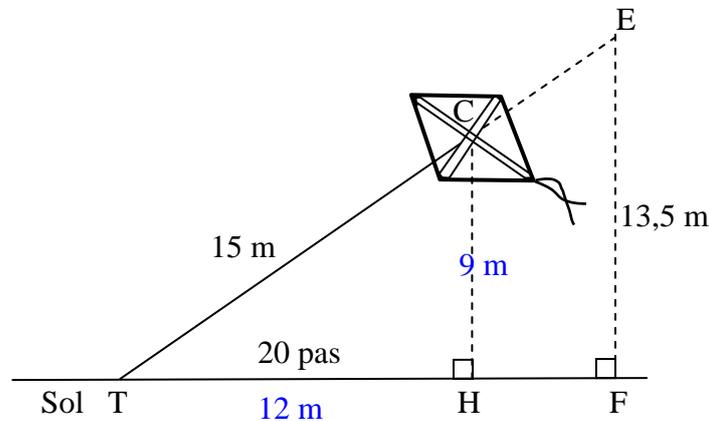
Exercice 1

- 1) C 2) A 3) C 4) A 5) B 6) B

Exercice 2

- 1) $A = (11x - 3)(8x - 4) + (11x - 3)(-3x + 19)$ $B = (8x + 6)^2 - (3x - 9)^2$
 $A = (11x - 3)[(8x - 4) + (-3x + 19)]$ $B = [(8x + 6) + (3x - 9)][(8x + 6) - (3x - 9)]$
 $A = (11x - 3)[8x - 4 - 3x + 19]$ $B = [8x + 6 + 3x - 9][8x + 6 - 3x + 9]$
 $A = (11x - 3)(5x + 15)$ $B = (11x - 3)(5x + 15)$
- 2) $B = (8x + 6)^2 - (3x - 9)^2$
 $B = ((8x)^2 + 2 \times 8x \times 6 + 6^2) - ((3x)^2 - 2 \times 3x \times 9 + 9^2)$
 $B = (64x^2 + 96x + 36) - (9x^2 - 54x + 81)$
 $B = 64x^2 + 96x + 36 - 9x^2 + 54x - 81$
 $B = 64x^2 - 9x^2 + 96x + 54x + 36 - 81$
 $B = 55x^2 + 150x - 45$

Exercice 3



- 1) $20 \text{ pas} = 20 \times 0,6 \text{ m} = 12 \text{ m}$
D'après le théorème de Pythagore dans le triangle THC rectangle en H, on a :
 $TC^2 = TH^2 + HC^2$
 $15^2 = 12^2 + HC^2$
 $225 = 144 + HC^2$
 $HC^2 = 225 - 144$
 $HC^2 = 81$
 $HC = \sqrt{81}$
 $HC = 9 \text{ m}$
- 2) a) Les droites (HC) et (FE) sont toutes les deux perpendiculaires à la droite (FT) donc les droites (HC) et (FE) sont parallèles.
b) Les droites (FH) et (EC) sont sécantes en T.
Les droites (HC) et (FE) sont parallèles (elles sont toutes les deux perpendiculaires à la droite (FT)).
On peut donc appliquer le théorème de Thalès :
 $\frac{TH}{TF} = \frac{TC}{TE} = \frac{HC}{FE}$
 $\frac{12}{TF} = \frac{15}{TE} = \frac{9}{13,5}$
On en déduit :
 $TE = \frac{15 \times 13,5}{9} = \frac{202,5}{9} = 22,5 \text{ m}$

Exercice 4

Les droites (BM) et (RU) sont sécantes en T.

$$\frac{TR}{TU} = \frac{9,2}{23} = 0,4$$

$$\frac{TM}{TB} = \frac{9,8}{24,5} = 0,4$$

D'où $\frac{TR}{TU} = \frac{TM}{TB}$ et les points T, R, U et T, M, B sont alignés dans le même ordre.

Donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (MR) et (BU) sont parallèles.

Donc Donnarumma ne va pas prendre un but.

Exercice 5

1) Avec le programme de Flavia

a) Montrer que si Flaviachoisit -5, elle obtient un résultat de -20.

$$-5 + 3 = -2 \quad -2 \times 4 = -8 \quad -8 - 12 = -20$$

$$\text{ou } (-5 + 3) \times 4 - 12 = -2 \times 4 - 12 = -8 - 12 = -20$$

Si Flaviachoisit -5, elle obtiendra -20.

b) Quel résultat obtient-elle si elle choisit 2 ?

$$2 + 3 = 5 \quad 5 \times 4 = 20 \quad 20 - 12 = 8$$

$$\text{ou } (1 + 3) \times 4 - 12 = 5 \times 4 - 12 = 20 - 12 = 8$$

Si Flaviachoisit 2, elle obtiendra 8.

2) Avec le programme de Lilou

Lilou férue d'informatique préfère créer et utiliser une feuille de tableur (document 1) ou scratch (document 2) pour appliquer son programme de calcul.

a) Si Lilou choisit -5, elle obtiendra -20.

b) Si Lilou choisit 2, elle obtiendra 8.

c) Pour obtenir -4, Lilou doit choisir -1.

d) = B1-5

e) 1ère tache : 5 2ème tache : Etape 1 ou réponse

3) Montrer que quelque soit le nombre de départ, les deux programmes donnent toujours le même résultat.

Programme de Flavia	
Etape 1 : Choisir un nombre de départ	x
Etape 2 : Ajouter 3	$x + 3$
Etape 3 : Multiplier le résultat par 4	$(x + 3) \times 4 = x \times 4 + 3 \times 4 = 4x + 12$
Etape 4 : Soustraire 12	$4x + 12 - 12 = 4x$
Programme de Lilou	
Etape 1 : Choisir un nombre de départ	x
Etape 2 : Soustraire 5	$x - 5$
Etape 3 : Ajouter le triple du nombre de départ	$x - 5 + 3x = 4x - 5$
Etape 4 : Ajouter 5	$4x - 5 + 5 = 4x$

En partant d'un nombre quelconque x , les deux programmes donnent le même résultat $4x$.

Document 1

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
1	Etape 1	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	
2	Etape 2	-12	-11	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	
3	Etape 3	-33	-29	-25	-21	-17	-13	-9	-5	-1	3	7	11	15	19	23	
4	Etape 4	-28	-24	-20	-16	-12	-8	-4	0	4	8	12	16	20	24	28	
5																	

Document 2



J'ai nettoyé les taches.



Exercice 6

- Distance d'arrêt = distance de réaction + distance de freinage = $12,5 + 10 = 22,5$ m.
- Pour un temps de réaction de 15 m, la vitesse est d'environ **55 km/h**.
 - Le 2^e graphique obtenu (celui exprimant la distance de freinage en fonction de la vitesse) n'est pas une droite donc la distance de freinage n'est pas proportionnelle à la vitesse.
 - A l'aide du 1^{er} graphique, on estime la distance de réaction à 25 m et à l'aide du 2^{ème} graphique, on estime la distance de freinage à 40 m d'où :
Distance d'arrêt = distance de réaction + distance de freinage = $25 + 40 = 65$ m.
- Distance de freinage = $\frac{v^2}{152,4} = \frac{110^2}{152,4} = \frac{12100}{152,4} \approx 79$ m ou **80 m**.
- Dennis Kimetto a parcouru environ 40 km (42,195 km) en environ 2 h (2 h 2 min 57 s), sa vitesse moyenne est donc proche de 20 km/h.
- $2 \text{ h } 15 \text{ min} = 2 \times 60 + 15 = 135 \text{ min}$

Distance en km	42,195	$\approx 18,75$	← $60 \times 42,195 : 135$
Temps en min	135	60	

La vitesse moyenne de Scott Overall est d'environ 18,75 km/h.
- $2 \text{ h } 15 \text{ min} - 2 \text{ h } 2 \text{ min } 57 \text{ s} = 2 \text{ h } 14 \text{ min } 60 \text{ s} - 2 \text{ h } 2 \text{ min } 57 \text{ s} = 12 \text{ min } 3 \text{ s}$
 Il reste 12 min 3 s.

Exercice 7

- Filles → Etendue = $13,5 - 9 = 4,5$
 Garçons → Etendue = $15 - 11 = 4$
L'affirmation 1 est vraie.
- Filles → Médiane : 11,5
 Garçons → $11 - 12 - 12 - 13 - 13,5 - 14 - 14,5 - 15$
 Médiane : 13,25 (entre 13 et 13,5)
L'affirmation 2 est fausse.

3) Moyenne = $\frac{9 + 10 + 10,5 + 11,5 + 13 + 13 + 13,5 + 13,5 + 12 + 14,5 + 12 + 15 + 11 + 14 + 13}{15}$
= $\frac{185,5}{15} \approx 12,37$

L'affirmation 3 est fausse.

4) VMA supérieures à 12 km/h : 3 filles et 7 garçons soit 10 personnes sur le groupe de 15.

$$\frac{10}{15} \approx 0,66 = \frac{66}{100} = 66\%$$

L'affirmation 4 est vraie.