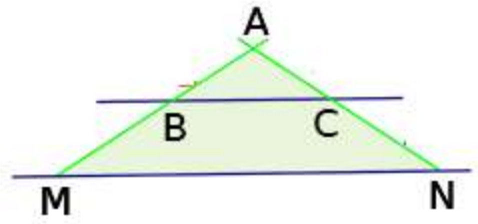
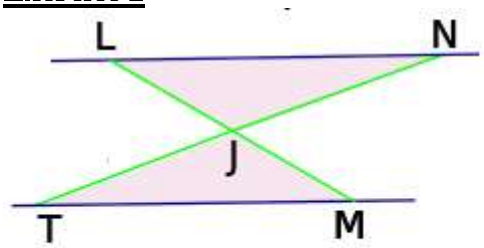
3^e – Réciproque du théorème de Thalès

Exercice 1



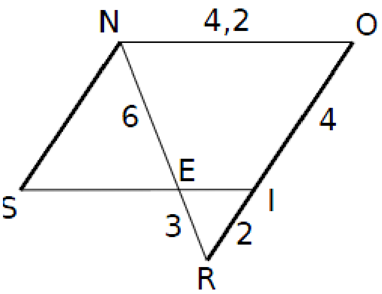
AB = 5 cm AM = 8 cm
AC = 3,5 cm AN = 5,6 cm
Montrer que (BC) et (MN) sont parallèles.

Exercice 2



LJ = 3 cm JN = 5 cm
JT = 4 cm JM = 2,4 cm
Montrer que (LN) et (MT) sont parallèles.

Exercice 3



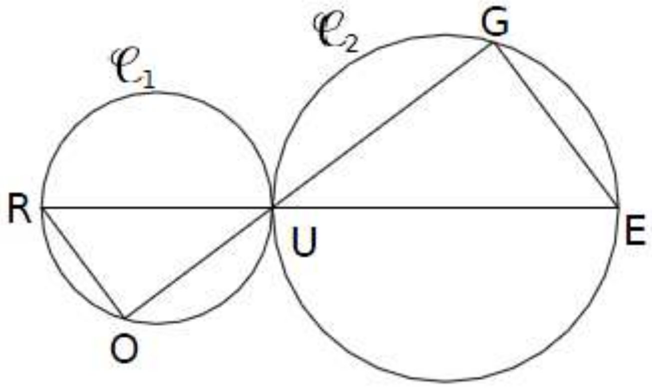
Sur la figure ci-contre, les droites (NS) et(RO) sont parallèles ;
le point I appartient à [RO].
(RN) et (IS) sont sécantes en E.

a. Montrer que les droites (IE) et (NO) sont parallèles.

b. En déduire la nature du quadrilatère NOIS.

c. Calculer SE.

Exercice 4



C_1 et C_2 ont pour diamètres respectifs [RU] et [UE].
RU = 2 cm ; UE = 3 cm et UG = 2,4 cm.

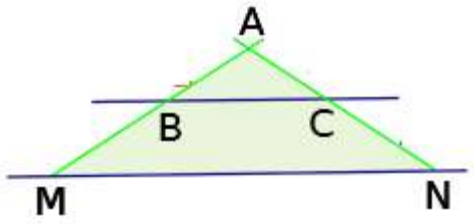
Les triangles ROU et UGE sont rectangles respectivement en O et G.

a. Que peut-on en déduire pour les droites (RO) et (GE) ?

b. Calculer UO.

c. Calculer GE.

Exercice 1



AB = 5 cm AM = 8 cm
AC = 3,5 cm AN = 5,6 cm
Montrer que (BC) et (MN) sont parallèles.

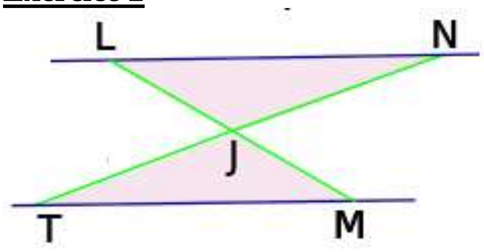
Les droites (MB) et (NC) sont sécantes en A.

$\frac{AB}{AM} = \frac{5}{8} = 0,625$

$\frac{AC}{AN} = \frac{3,5}{5,6} = 0,625$

D'où $\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN}$ et les points A, B, M et A, C, N sont alignés dans le même ordre donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

Exercice 2



LJ = 3 cm JN = 5 cm
JT = 4 cm JM = 2,4 cm
Montrer que (LN) et (MT) sont parallèles.

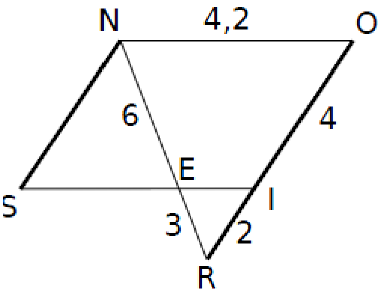
Les droites (LM) et (NT) sont sécantes en J.

$\frac{JL}{JM} = \frac{3}{2,4} = 1,25$

$\frac{JN}{JT} = \frac{5}{4} = 1,25$

D'où $\frac{JL}{JM} = \frac{JN}{JT}$ et les points L, J, M et N, J, T sont alignés dans le même ordre donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (LN) et (MT) sont parallèles.

Exercice 3



Sur la figure ci-contre, les droites (NS) et(RO) sont parallèles ;
le point I appartient à [RO].
(RN) et (IS) sont sécantes en E.
a. Montrer que les droites (IE) et (NO) sont parallèles.
b. En déduire la nature du quadrilatère NOIS.
c. Calculer SE.

a) Les droites (NE) et (OI) sont sécantes en R.

$$\frac{RE}{RN} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{RI}{RO} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

D'où $\frac{RE}{RN} = \frac{RI}{RO}$ et les points R, E, N et R, I, O sont alignés dans le même ordre donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (EI) et (NO) sont parallèles.

b) (NO) // (SI) (question a) et (NS) // (OI) (énoncé)
Les côtés opposés du quadrilatère NOIS sont parallèles donc NOIS est un parallélogramme.

c) SI = 4,2 cm
On va calculer EI pour ensuite trouver SE.

Les droites (EN) et (OI) sont sécantes en R.
Les droites (EI) et (ON) sont parallèles.
D'après le théorème de Thalès, on a donc :

$$\frac{RE}{RN} = \frac{RI}{RO} = \frac{EI}{NO}$$

$$\frac{3}{9} = \frac{2}{6} = \frac{EI}{4,2}$$

Calcul de EI

$$\frac{2}{6} = \frac{EI}{4,2}$$

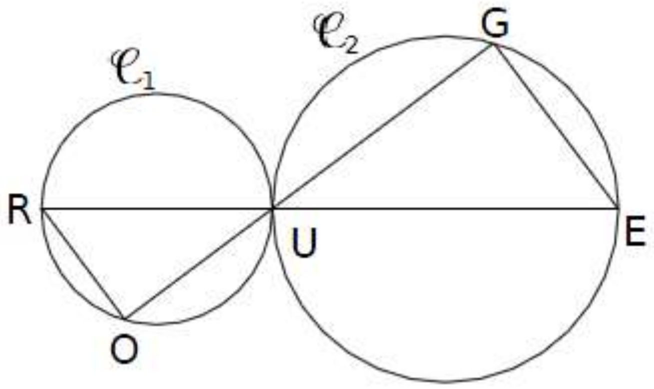
$$EI = \frac{2 \times 4,2}{6}$$

$$EI = \frac{8,4}{6}$$

EI = 1,4 cm

SE = SI - EI = 4,2 – 1,4 = 2,8 cm

Exercice 4



C_1 et C_2 ont pour diamètres respectifs [RU] et [UE].
RU = 2 cm ; UE = 3 cm et UG = 2,4 cm.
Les triangles ROU et UGE sont rectangles respectivement en O et G.
a. Que peut-on en déduire pour les droites (RO) et (GE) ?
b. Calculer UO.
c. Calculer GE.

a) Le point O est sur le cercle de diamètre [RU] donc le triangle ROU est rectangle en O.
Le point G est sur le cercle de diamètre [UE] donc le triangle UGE est rectangle en G.

b) Les droites (RO) et (GE) sont toutes les deux perpendiculaires à la droite (OG) donc les droites (RO) et (GE) sont parallèles.

c) Les droites (RE) et (GO) sont sécantes en U.
Les droites (RO) et (GE) sont parallèles.
D'après le théorème de Thalès, on a donc :

$$\frac{UR}{UE} = \frac{UO}{UG} = \frac{RO}{EG}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{UO}{2,4} = \frac{RO}{EG}$$

Calcul de UO

$$\frac{2}{3} = \frac{UO}{2,4}$$

$$UO = \frac{2 \times 2,4}{3}$$

$$UO = \frac{4,8}{3}$$

UO = 1,6 cm

d) D’après le théorème de Pythagore dans le triangle EGU rectangle en G, on a :

$UE^2 = UG^2 + GE^2$
$3^2 = 2,4^2 + GE^2$
$9 = 5,76 + GE^2$
$GE^2 = 9 – 5,76$
$GE^2 = 3,24$

$GE = \sqrt{3,24} = 1,8$ cm