

# BREVET BLANC JANVIER 2018


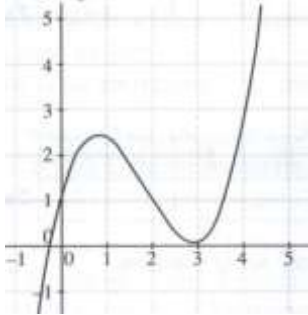
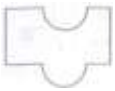
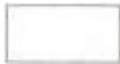
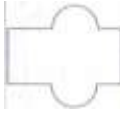
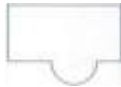
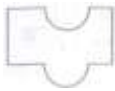

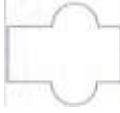

## Épreuve de mathématiques

Indications portant sur l'ensemble du sujet: **Rendre l'énoncé dans la copie.**

- ⓐ Toutes les réponses doivent être justifiées sauf si une indication contraire est donnée.
- ⓐ Si une question n'est pas terminée, laisser tout de même une trace de recherche qui sera prise en compte dans la notation.
- ⓐ Le soin et l'orthographe seront évalués sur 2 points.
- ⓐ L'utilisation de la calculatrice est autorisée.

### Exercice 1 ( / 3,5 points)

Pour chaque question, une seule affirmation est juste : écrire sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse exacte. **Aucune justification n'est demandée.**

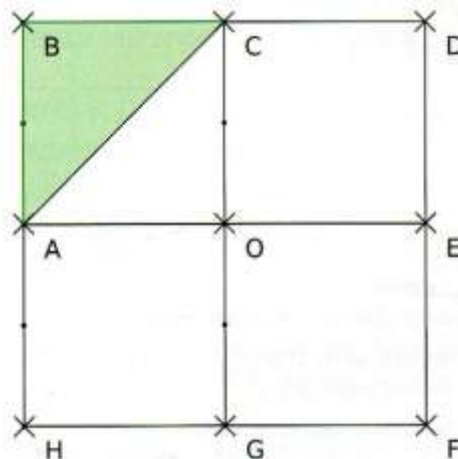
		Réponse A	Réponse B	Réponse C
1)	On considère la fonction $f$ telle que : $f(x) = 3x + 2$ . Un antécédent de $-7$ par la fonction $f$ est :	-19	-3	-7
2)	L'expression littérale de la cellule B1, écrite en fonction de $x$ , qui correspond à la formule entrée en cellule B2 est : 	$5A2(A2 + 1)$	450	$5x(x + 1)$
3)	On a représenté la fonction $h$ dans le repère ci-dessous : 	L'image de 2 par la fonction $h$ est 1.	L'image de 1 par la fonction $h$ est 2.	2 n'a pas d'image par la fonction $h$ .
4)	En utilisant le même graphique que pour la question 3) :	5 est l'antécédent de 0 par la fonction $h$ .	1 n'a pas d'antécédent par la fonction $h$ .	2 a trois antécédents par la fonction $h$ .
5)	La courbe représentative d'une fonction $f$ telle que $f(3) = 2$ passe par le point de coordonnées :	(3 ; 0)	(2 ; 3)	(3 ; 2)
6)	 a le même périmètre que :			
7)	 a la même aire que :			

**Exercice 2** ( / 3,5 points) à compléter directement sur cet énoncé.

ABCO, CDEO, EFGO et GHAO sont des carrés. BDFH est un carré de centre O.

Donner les réponses sans justifier :

- 1) L'image du point F par la symétrie de centre O est : .....
- 2) L'image du point F par la rotation de centre E, d'angle  $90^\circ$ , dans le sens horaire est : .....
- 3) L'image du point F par la translation qui transforme G en C est : .....
- 4) L'image du triangle ABC par la rotation de centre O, d'angle  $90^\circ$ , dans le sens horaire est : .....
- 5) L'image du triangle ABC par la symétrie d'axe (AE) est : .....
- 6) L'image du triangle ABC par la translation qui transforme B en O est : .....
- 7) L'image du triangle ABC par la symétrie de centre O est : .....



**Exercice 3** ( / 4,5 points)

Pierre consent à acheter un scooter à sa fille Eva, si cela ne lui revient pas à plus de 100 € par mois la première année. Eva et son père se renseignent. Pour payer le scooter, il faut donner 400 €, puis effectuer 5 versements mensuels de 70 € chacun. Il faut aussi prévoir 120 L d'essence pour l'année à 1,08 € le litre, sans oublier le casque à 85 € et l'assurance à 14,50 € par mois.

Leurs calculs sont présentés ci-contre .

Parmi ces calculs, lequel correspond :

- 1) à l'achat du scooter ?
- 2) aux frais annuels d'assurance ?
- 3) au prix de l'essence ?
- 4) à la dépense totale annuelle ?
- 5) à la dépense mensuelle ?
- 6) Pierre va-t-il accepter d'acheter le scooter ?
- 7) Pierre se rend compte qu'il faut aussi prévoir 80 € pour l'entretien annuel du scooter. Changera-t-il d'avis ? Justifier la réponse.

$$A = 400 + 5 \times 70 + 85 + 14,5 \times 12 + 120 \times 1,08$$

$$B = \frac{400 + 5 \times 70 + 85 + 14,5 \times 12 + 120 \times 1,08}{12}$$

$$C = 120 \times 1,08$$

$$D = 14,5 \times 12$$

$$E = 400 + 5 \times 70$$

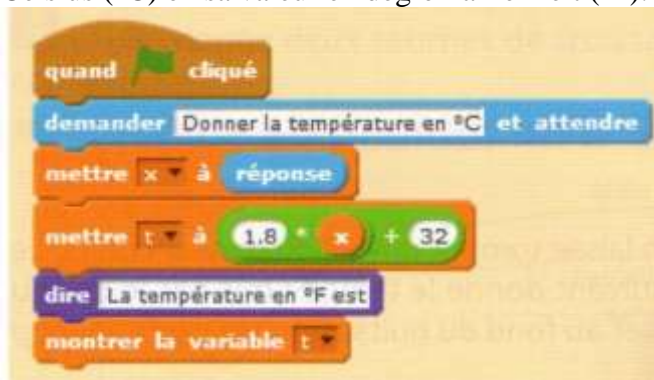
**Exercice 4** ( / 3,5 points)

Le degré Fahrenheit est l'unité de mesure de température utilisée aux États-Unis. L'algorithme suivant convertit la température donnée en degré Celsius ( $^\circ\text{C}$ ) en sa valeur en degré Fahrenheit ( $^\circ\text{F}$ ).

1) Appliquer l'algorithme pour convertir  $10^\circ\text{C}$  en degré Fahrenheit.

2) On note  $x$  la température en degré Celsius et on définit la fonction  $f$  qui, à chaque température  $x$ , associe la température  $f(x)$  correspondante en degré Fahrenheit. D'après l'algorithme, exprimer  $f(x)$  en fonction de  $x$ .

3) Calculer  $f(0)$  et  $f(-15)$ . Puis faire une phrase utilisant les températures et ces deux réponses.



**Exercice 5** ( / 3 points) (Brevet France métropolitaine septembre 2012)

La copie d'écran ci-dessous montre le travail qu'a effectué Camille à l'aide d'un tableur à propos des fonctions  $g$  et  $h$  définies par :

$$g(x) = 5x^2 + x - 7 \text{ et } h(x) = 2x - 7.$$

Elle a recopié vers la droite les formules qu'elle avait saisies dans les cellules B2 et B3.

	A	B	C	D	E	F
1	x	-2	-1	0	1	2
2	$g(x) = 5x^2 + x - 7$	11	-3	-7	-1	15
3	$h(x) = 2x - 7$	-11	-9	-7	-5	-3

- 1) Donner un nombre qui a pour image -1 par la fonction  $g$ .
- 2) Écrire les calculs montrant que  $g(-2) = 11$ .
- 3) Quelle formule Camille a-t-elle saisie dans la cellule B3 ?
- 4) Dédurre du tableau une solution de l'équation  $5x^2 + x - 7 = 2x - 7$ .

**Exercice 6** ( / 4,5 points)

Chacune des affirmations suivantes est-elle vraie ou fausse ? Justifier chaque réponse.

- 1) 33 est un nombre premier.
- 2) 72 a exactement 5 diviseurs.
- 3) Si  $n$  est un entier alors  $(n - 1)(n + 1) + 1$  est toujours égal au carré d'un entier.
- 4)  $\frac{4+3}{5+3} = \frac{4}{5}$
- 5)  $\frac{1}{8}$  est un nombre décimal.
- 6)  $2 + \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$

**Exercice 7** ( / 6,5 points)

Le C.D.I d'un collège doit être réaménagé en deux parties distinctes : une salle de recherche et une salle de travail.

On souhaite recouvrir le sol de la salle de travail d'un nombre entier de dalles carrées identiques dont le côté est le plus grand possible.

- 1) Donner les dimensions de la salle de travail en cm.
- 2) L'objectif des documentalistes est-il réalisé ?
- 3) Calculer le côté d'une dalle carrée.
- 4) Combien de dalles faudra-t-il ?
- 5) Les dalles coûtent 13,50 € le  $m^2$ . Quelle sera la dépense pour recouvrir le sol de la salle de travail ?



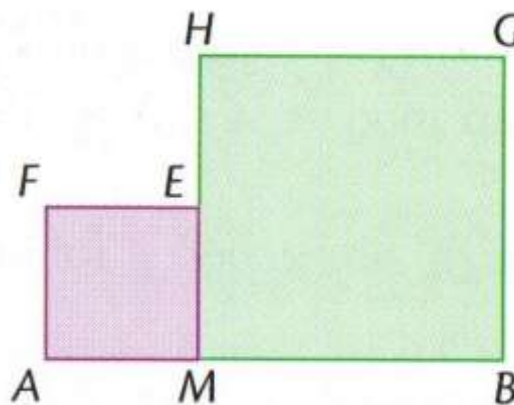
**Doc. 2 L'objectif**

Les documentalistes souhaitent placer la séparation [MF] de façon que les deux salles de travail aient la même aire.

### Exercice 8 ( / 9 points)

Voici un programme de construction de la figure ci-contre :

- Tracer un segment  $[AB]$  de 6 cm
- Placer un point  $M$  sur  $[AB]$
- Construire un carré  $AMEF$  puis le carré  $MBGH$  tel que  $E$  appartienne à  $[HM]$ .



#### PARTIE I : (cas particulier)

- 1) Construire cette figure en prenant  $AM = 2$  cm.
- 2) Calculer l'aire de  $AMEF$  et l'aire  $MBGH$ , puis en déduire l'aire du polygone  $ABGHEF$ .

#### PARTIE II : (cas général)

Le point  $M$  est mobile sur le segment  $[AB]$ . On appelle  $x$  la longueur  $AM$ .

- 1) Exprimer en fonction de  $x$  l'aire de  $AMEF$ .
- 2) Exprimer en fonction de  $x$  l'aire de  $MBGH$ .
- 3) On appelle  $f$  la fonction qui donne l'aire de  $ABGHEF$  en fonction de la longueur  $AM$ .

Grâce aux deux questions précédentes, donner l'expression de la fonction  $f$  sous forme développée et réduite.

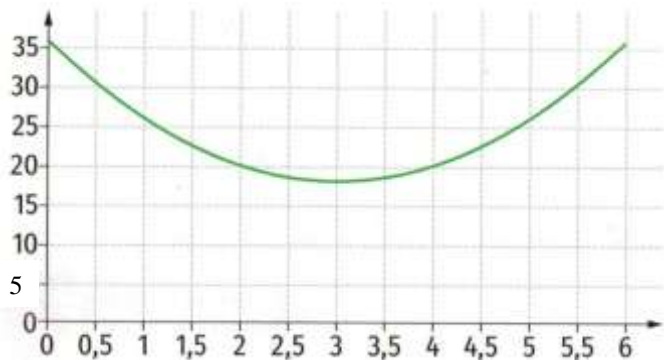
#### PARTIE III : (calculs)

La fonction  $f$  a pour forme algébrique :  $f(x) = 2x^2 - 12x + 36$ .

- 1) Calculer  $f(2)$  en montrant les étapes de calcul.
- 2) Comparer avec le résultat obtenu dans la partie I et expliquer.
- 3) Calculer  $f(4)$  en montrant les étapes de calcul.
- 4) Calculer l'image de 5 par la fonction  $f$  en montrant les étapes de calcul.

#### PARTIE IV : (étude graphique)

Voici une représentation graphique de la fonction  $f$  :



- 1) Lire sur le graphique et donner une valeur approximative de  $f(4)$  puis de l'image de 5 par  $f$ . (mettre des pointillés en vert pour  $f(4)$  et des pointillés en bleu pour l'image de 5 par  $f$ ).

- 2) Cette lecture graphique est-elle cohérente avec les résultats calculés dans la partie III ? Justifier.

- 3) En lisant sur le graphique, dire pour quelle valeur de  $AM$  l'aire du polygone  $ABGHEF$  semble minimale ? Quelle sera alors l'aire approximative?

### Exercice 9 ( / 4 points)

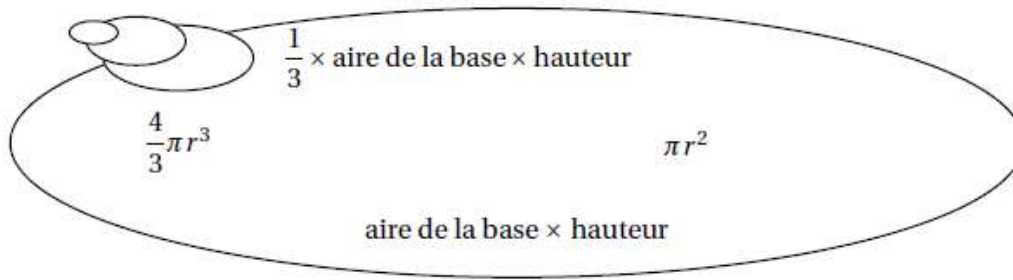
Étienne doit calculer  $A = 3000214 \times 3000215 - 3000213 \times 3000216$  sans calculatrice.

Pour cela, il a écrit l'expression suivante :  $(N - 1) \times N - (N - 2) \times (N + 1)$ .

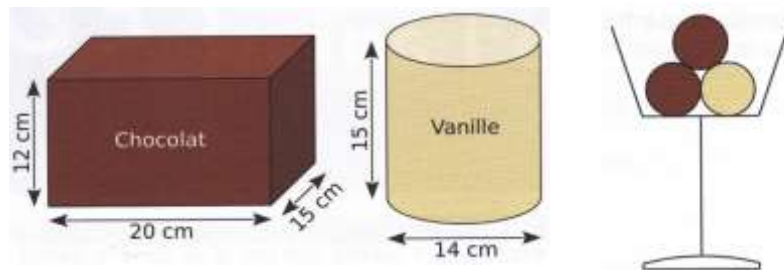
- 1) Quel nombre a-t-il choisi pour  $N$  ? Expliquer le lien entre  $A$  et cette expression.
- 2) Développer et réduire cette expression.
- 3) Donner alors le résultat du calcul  $A$ .

### Exercice 10 ( / 6 points)

*Pense-bête : toutes les formules données ci-dessous correspondent bien à des formules d'aires ou de volumes. On ne sait pas à quoi elles correspondent, mais elles peuvent quand même être utiles pour résoudre l'exercice ci-dessous.*



Un restaurant propose en dessert des coupes de glace composées de trois boules supposées parfaitement sphériques, de diamètre 4,2 cm. Chaque coupe contient deux boules au chocolat et une boule à la vanille.


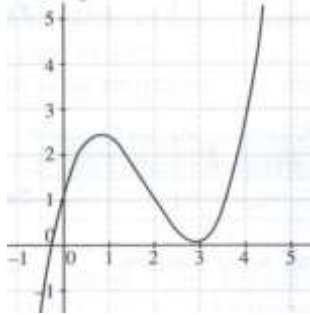
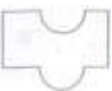


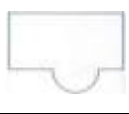
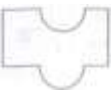

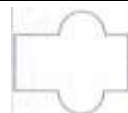
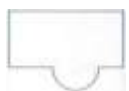


Le pot de glace au chocolat ayant la forme d'un parallélépipède rectangle est plein, ainsi que le pot de glace cylindrique à la vanille.

- 1) Montrer que le volume d'un pot de glace au chocolat est  $3\,600\text{ cm}^3$ .
- 2) Calculer la valeur arrondie au  $\text{cm}^3$  d'un pot de glace à la vanille.
- 3) Calculer la valeur arrondie au  $\text{cm}^3$  d'une boule de glace contenue dans la coupe.
- 4) Sachant que le restaurateur doit faire 100 coupes de glace, combien doit-il acheter de pots au chocolat et de pots à la vanille ?

**Correction : attention, cette correction est incomplète, il manque de nombreux détails.**

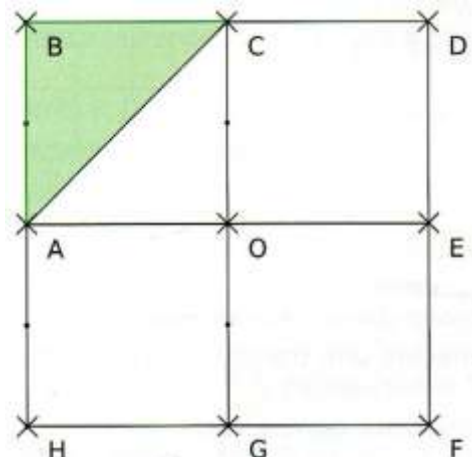
**Exercice 1 ( / 3,5 points)**

		Réponse A	Réponse B	Réponse C
1)	On considère la fonction $f$ telle que : $f(x) = 3x + 2$ . Un antécédent de $-7$ par la fonction $f$ est :	-19	<b>-3</b>	-7
2)	L'expression littérale de la cellule B1, écrite en fonction de $x$ , qui correspond à la formule entrée en cellule B2 est : 	$5A2(A2 + 1)$	450	<b><math>5x(x + 1)</math></b>
3)	On a représenté la fonction $h$ dans le repère ci-dessous : 	<b>L'image de 2 par la fonction <math>h</math> est 1.</b>	L'image de 1 par la fonction $h$ est 2.	2 n'a pas d'image par la fonction $h$ .
4)	En utilisant le même graphique que pour la question 3) :	5 est l'antécédent de 0 par la fonction $h$ .	1 n'a pas d'antécédent par la fonction $h$ .	<b>2 a trois antécédents par la fonction <math>h</math>.</b>
5)	La courbe représentative d'une fonction $f$ telle que $f(3) = 2$ passe par le point de coordonnées :	(3 ; 0)	(2 ; 3)	<b>(3 ; 2)</b>
6)	 a le même périmètre que :			
7)	 a la même aire que :			

**Exercice 2 ( / 3,5 points) à compléter directement sur cet énoncé.**

ABCO, CDEO, EFGO et GHAO sont des carrés. BDFH est un carré de centre O.  
Donner les réponses sans justifier :

- 1) L'image du point F par la symétrie de centre O est : **B**
- 2) L'image du point F par la rotation de centre E, d'angle  $90^\circ$ , dans le sens horaire est : **O**
- 3) L'image du point F par la translation qui transforme G en C est : **D**
- 4) L'image du triangle ABC par la rotation de centre O, d'angle  $90^\circ$ , dans le sens horaire est : **CDE**
- 5) L'image du triangle ABC par la symétrie d'axe (AE) est : **AHG**
- 6) L'image du triangle ABC par la translation qui transforme B en O est : **GOE**
- 7) L'image du triangle ABC par la symétrie de centre O est : **EFG**



**Exercice 3** ( / 4,5 points)

- 1) à l'achat du scooter ? **E**
- 2) aux frais annuels d'assurance ? **D**
- 3) au prix de l'essence ? **C**
- 4) à la dépense totale annuelle ? **A**
- 5) à la dépense mensuelle ? **B**
- 6) Pierre va-t-il accepter d'acheter le scooter ?

Budget prévu : 100 € par mois

$$B \approx 94,8$$

Donc Pierre accepte.

- 7) 80 € pour l'entretien annuel du scooter. Changera-t-il d'avis ? Justifier la réponse.

Si on ajoute 80 €, cela fait 101,55 € par mois.

**Exercice 4** ( / 3,5 points)

- 1)  $1,8 \times 10 + 32 = 18 + 32 = 50$

- 2)  $f(x) = 1,8x + 32$

- 3)  $f(0) = 1,8 \times 0 + 32 = 0 + 32 = 32$

$$f(-15) = 1,8 \times (-15) + 32 = 27 + 32 = 59$$

0°C correspond à 32°F

-15°C correspond à 59°F

**Exercice 5** ( / 3 points) (*Brevet France métropolitaine septembre 2012*)

- 1) 1
- 2)  $g(-2) = 5 \times (-2)^2 + (-2) - 7 = \dots = 11.$
- 3)  $= 2 \times B1 - 7$
- 4) 0 (colonne D)

**Exercice 6** ( / 4,5 points)

Chacune des affirmations suivantes est-elle vraie ou fausse ? Justifier chaque réponse.

- 1) Faux : 33 est divisible par 3.
- 2) Faux : Diviseur de 72 : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 9 ;
- 3) Vrai :  $(n-1)(n+1) + 1 = n^2 - 1^2 + 1 = n^2 - 1 + 1 = n^2.$
- 4) Faux :  $\frac{4+3}{5+3} = \frac{7}{8} = \frac{35}{40}$  et  $\frac{4}{5} = \frac{32}{40}$
- 5) Vrai ;  $\frac{1}{8} = 0,125$
- 6) Faux :  $2 + \frac{2}{3} = \frac{6}{3} + \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$

**Exercice 7** ( / 6,5 points)

- 1)  $900 - 350 = 550$  cm                      800 cm

- 2) Aire salle de travail =  $550 \times 800 = 440000$  cm<sup>2</sup>

$$\text{Aire salle recherche} = 350 \times 800 + \frac{400 \times 800}{2} = 440000 \text{ cm}^2 \text{ donc objectif réalisé}$$

- 3) Il faut trouver tous les diviseurs de 550 et de 800.

Puis, parmi les diviseurs communs, on choisit le pgcd car les carrés doivent être les plus grands possibles. C'est-à-dire 50 cm.

- 4)  $550 : 50 = 11$  et  $800 : 50 = 16$                        $16 \times 11 = 176$  dalles.

- 5)  $44 \text{ m}^2$  donc  $44 \times 13,5 = 550$  €

**Exercice 8** ( / 9 points)**PARTIE I : (cas particulier)**

- 1) Construire cette figure en prenant  $AM = 2$  cm.

- 2) Aire de AMEF =  $AM^2 = 2^2 = 4$  cm<sup>2</sup>

$$\text{Aire MBGH} = MB^2 = 4^2 = 16 \text{ cm}^2,$$

$$\text{Aire du polygone ABGHEF} = 4 + 16 = 20 \text{ cm}^2$$

## PARTIE II : (cas général)

Le point M est mobile sur le segment [AB]. On appelle  $x$  la longueur AM.

1) Aire de AMEF =  $x^2$

2) Aire de MBGH =  $(6 - x)^2$

3)  $f(x) = x^2 + (6 - x)^2 = x^2 + 36 - 12x + x^2 = 2x^2 - 12x + 36$

## PARTIE III : (calculs)

La fonction  $f$  a pour forme algébrique :  $f(x) = 2x^2 - 12x + 36$ .

1)  $f(2) = 2 \times 2^2 - 12 \times 2 + 36 = \dots = 20$

2) On retrouve l'aire du polygone ABGHEF pour AM = 2.

3)  $f(4) = 2 \times 4^2 - 12 \times 4 + 36 = \dots = 20$

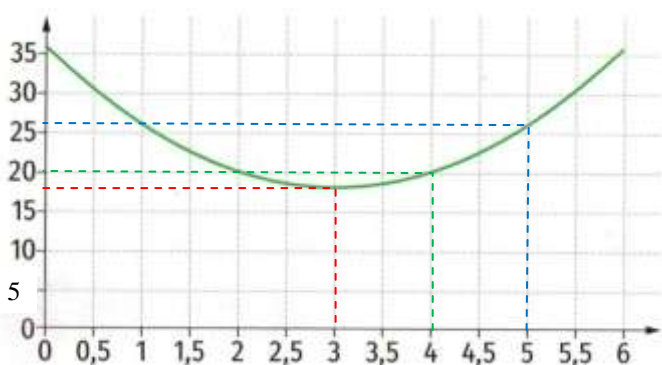
4)  $f(5) = 2 \times 5^2 - 12 \times 5 + 36 = \dots = 26$

## PARTIE IV : (étude graphique)

Voici une représentation graphique de la fonction  $f$ :

1)  $f(4) = 20$

$f(5) \approx 26$



2) On retrouve les réponses des questions 3 et 4

3) L'aire du polygone ABGHEF semble minimale pour AM = 3 cm, l'aire approximative est  $17 \text{ cm}^2$

## Exercice 9 ( / 4 points)

1) On remplace N par 3000215

$$(N - 1) \times N - (N - 2) \times (N + 1)$$

$$= (3000215 - 1) \times 3000215 - (3000215 - 2) \times (3000215 + 1)$$

$$= 3000214 \times 3000215 - 3000213 \times 3000216$$

= A

2)  $(N - 1) \times N - (N - 2) \times (N + 1)$

$$= N^2 - N - (N^2 + N - 2N - 2)$$

$$= N^2 - N - N^2 - N + 2N + 2$$

$$= N^2 - N - N^2 - N + 2N + 2$$

$$2N + 2$$

3) Donner alors le résultat du calcul A.

$$(3000215 - 1) \times 3000215 - (3000215 - 2) \times (3000215 + 1)$$

$$= 2 \times 3000214 + 2 = 6000428 + 2 = 6000430$$

## Exercice 10 ( / 6 points)

1)  $V_{\text{cho}} = 12 \times 20 \times 15 = 3600 \text{ cm}^3$

2)  $V_{\text{van}} = \pi \times r^2 \times h = \pi \times 7^2 \times 15 = 735\pi \approx 2309 \text{ cm}^3$

3)  $V_{\text{bou}} = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 2,1^3 \approx 38 \text{ cm}^3$

4) 100 coupes, il faut  $3800 \text{ cm}^3$  de vanille et  $7600 \text{ cm}^3$  de chocolat

Il faut 2 pots de vanille et 3 de chocolat.