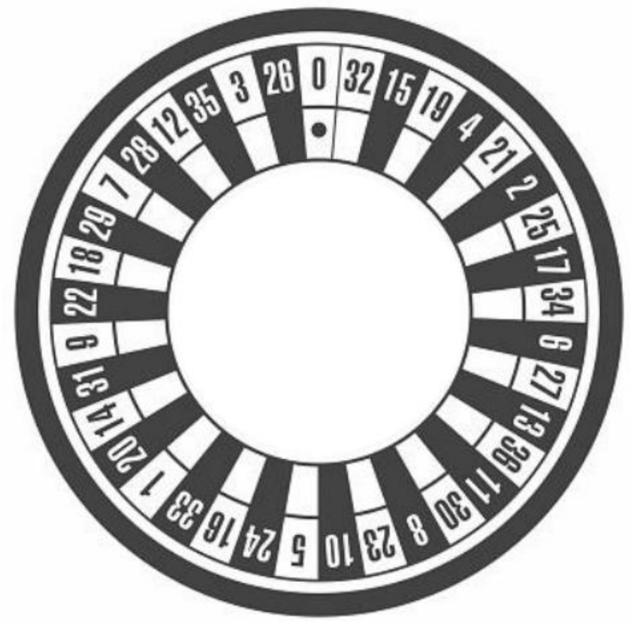
Diplôme national du Brevet Métropole 1 juillet 2024

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

> **Indications portant sur <u>l'ensemble du sujet</u>.**
> **Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.**
> **Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.**

<u>Exercice 1</u> (20 points)

Au casino, la roulette est un jeu de hasard pour lequel chaque joueur mise au choix sur un ou plusieurs numéros. On lance une bille sur une roue qui tourne, numérotée de 0 à 36. La bille a la même probabilité de s'arrêter sur chaque numéro.



1. Expliquer pourquoi la probabilité que la bille s'arrête sur le numéro 7 est $\frac{1}{37}$.

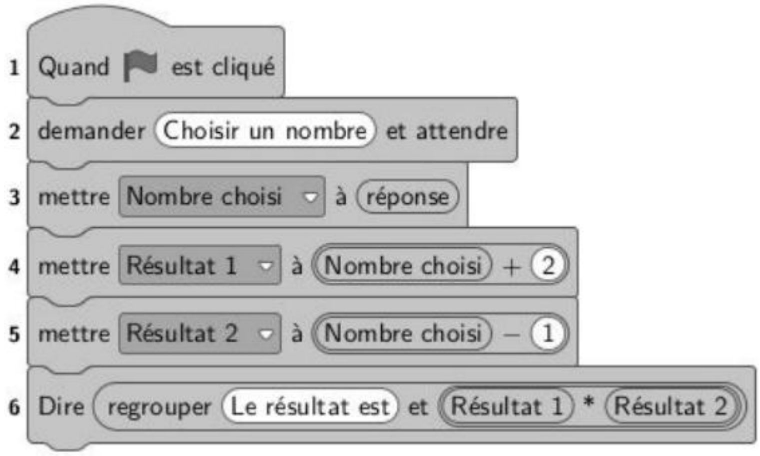
2. Déterminer la probabilité que la bille s'arrête sur une case à la fois noire et paire.

3. a) Déterminer la probabilité que la bille s'arrête sur un numéro inférieur ou égal à 6.

b) En déduire la probabilité que la bille s'arrête sur un numéro supérieur ou égal à 7.

c) Un joueur affirme qu'on a plus de 3 chances sur 4 d'obtenir un numéro supérieur ou égal à 7. A-t-il raison ?

<u>Exercice 2</u> (20 points)

Programme A	Programme B
• Choisir un nombre. • Prendre le carré du nombre choisi. • Multiplier le résultat par 2. • Ajouter le double du nombre de départ. • Soustraire 4 au résultat.	

1. **a.** Vérifier que, si on choisit 5 comme nombre de départ, le résultat du programme A est 56.

b. Quel résultat obtient-on avec le programme B si on choisit -9 comme nombre de départ ?

2. On choisit un nombre quelconque x comme nombre de départ.

a. Parmi les trois propositions ci-dessous, recopier l'expression qui donne le résultat obtenu par le programme B ?

$E_1 = (x + 2) - 1$ $\qquad$ $E_2 = (x + 2) \times (x - 1)$ $\qquad$ $E_3 = x + 2 \times x - 1$

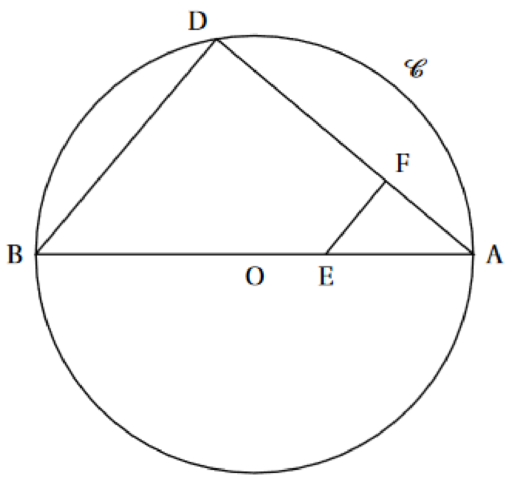
b. Exprimer en fonction de x le résultat obtenu avec le programme A.

3. Démontrer que, quel que soit le nombre choisi au départ, le résultat du programme A est toujours le double du résultat du programme B.

<u>Exercice 3</u> (22 points)

Sur la figure ci-contre, on a :

- $\mathscr{C}$ est un cercle de centre O et de rayon 4,5 cm ;
- [AB] est un diamètre de ce cercle et D est un point du cercle ;
- les points B, E, A sont alignés, ainsi que les points D, F, A ;
- les droites (BD) et (EF) sont parallèles ;
- BD = 5,4 cm ; DA = 7,2 cm et AE = 2,7 cm.



1. Justifier que le diamètre [AB] mesure 9 cm.

2. Démontrer que le triangle ABD est rectangle en D.

3. Calculer AF.

4. **a.** Justifier que l'aire du triangle ABD est égale à 19,44 cm^2.

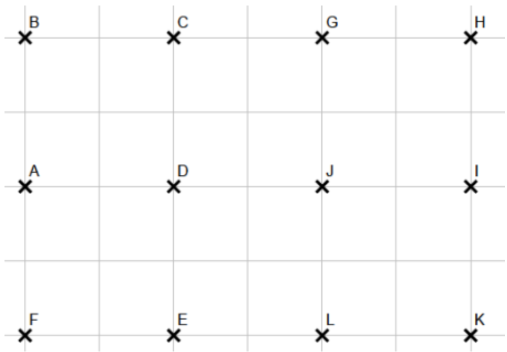
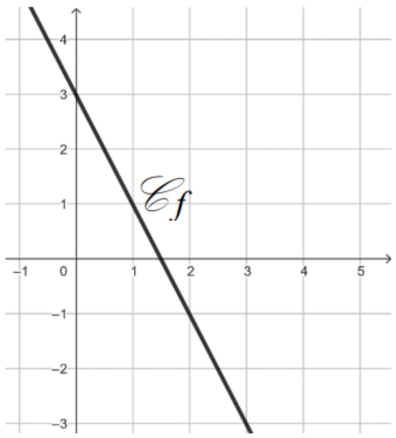
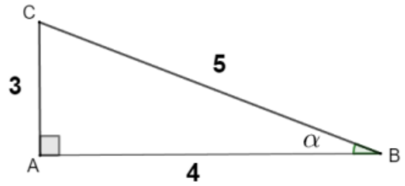
b. Calculer l'aire du disque, arrondie au centième.

<u>Rappel</u> : l'aire du disque est égale à $\pi \times R^2$, où R est le rayon du disque.

5. Quel pourcentage de l'aire du disque représente l'aire du triangle ABD ?

Exercice 4 **(18 points)**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM). Pour chaque question, trois réponses (A, B ou C) sont proposées. Une seule réponse est exacte. Recopier sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse exacte. Aucune justification n'est demandée.

Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. On considère la fonction f définie par $f(x) = 3x - 2$. Quelle est l'image de -4 par cette fonction ?	-14	-10	-3
2. Combien vaut $(-5)^3$?	-125	-15	125
3. Quelle est l'image du point J par la translation qui transforme C en A ? 	H	E	D
4. Quel est l'antécédent de 3 par la fonction f ? 	3	-3	0
5. On a mesuré les tailles, en m, de sept élèves : 1,46 ; 1,65 ; 1,6 ; 1,72 ; 1,7 ; 1,67 ; 1,75 Quelle est la médiane, en m, de ces tailles ?	1,72	1,67	1,65
6. Dans le triangle ABC rectangle en A ci-dessous, qui n'est pas en vraie grandeur, quelle est la valeur de cos α ? 	0,8	0,75	0,6

<u>Exercice 5</u> (20 points)

Un club de natation propose un après-midi découverte pour les enfants.

PARTIE A

La présidente du club veut offrir des petits sachets cadeaux tous identiques contenant des autocollants et des drapeaux avec le logo du club. Elle a acheté 330 autocollants et 132 drapeaux et veut tous les utiliser. Elle veut que, dans chaque sachet, il y ait exactement le même nombre d'autocollants et que, dans chaque sachet, il y ait exactement le même nombre de drapeaux.

1. Pourquoi n'est-il pas possible de faire 15 sachets ?

2. **a.** Décomposer 330 et 132 en produits de facteurs premiers.
b. En déduire le plus grand nombre de sachets que la présidente pourra réaliser.
c. Dans ce cas, combien mettra-t-elle d'autocollants et de drapeaux dans chaque sachet ?

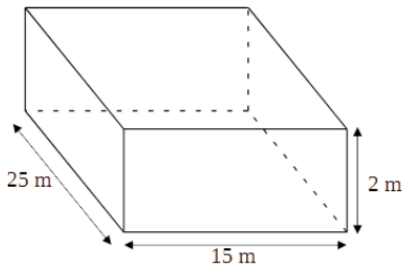
PARTIE B

La piscine a la forme d'un pavé droit représenté ci-contre.

Elle est remplie aux $\frac{9}{10}$ du volume.

1 m^3 d'eau coûte 4,14 €.

Combien coûte le remplissage de la piscine ?



Correction - DNB Métropole –1 juillet 2024

<u>Exercice 1</u> (20 points)

1. Il y a un seul numéro 7 sur 37 numéros donc la probabilité que la bille s'arrête sur le numéro 7 est $\frac{1}{37}$.

2. Il y a 10 cases noires et paires. Donc P(noire et paire) = $\frac{10}{37}$.

3. **a**. P(numéro inférieur ou égal à 6) = $\frac{7}{37}$

b. P(numéro supérieur ou égal à 7) = 1 – P(numéro inférieur ou égal à 6) = $1 - \frac{7}{37} = \frac{37}{37} - \frac{7}{37} = \frac{30}{37}$

c. $\frac{3}{4} = 0{,}75$ et $\frac{30}{37} \approx 0{,}81$ donc on a plus de 3 chances sur 4 d'obtenir un nombre supérieur ou égal à 7.

<u>Exercice 2</u> (20 points)

1. **a.** $5 \rightarrow 5^2 = 25 \rightarrow 25 \times 2 = 50 \rightarrow 50 + 2 \times 5 = 50 + 10 = 60 \rightarrow 60 - 4 = 56$

Si on choisit 5 comme nombre de départ, le résultat du programme A est 56.

b. $-9 + 2 = -7$ et $-9 - 1 = -10 \rightarrow -7 \times (-10) = 70$

Si on choisit -9 comme nombre de départ, le résultat du programme B est 70.

2. **a.** $E_2 = (x + 2) \times (x - 1)$

b. $x \rightarrow x^2 \rightarrow x^2 \times 2 = 2x^2 \rightarrow 2x^2 + 2 \times x = 2x^2 + 2x \rightarrow 2x^2 + 2x - 4$

Si on choisit x comme nombre de départ, le résultat du programme A est $2x^2 + 2x - 4$.

3. Soit A = $2x^2 + 2x - 4$.

Et B = $(x + 2) \times (x - 1) = x \times x + x \times (-1) + 2 \times x + 2 \times (-1) = x^2 - x + 2x - 2 = x^2 + x - 2$

2 × B = $2(x^2 + x - 2) = 2 \times x^2 + 2 \times x - 2 \times 2 = 2x^2 + 2x - 4$ = **A**

Donc quel que soit le nombre choisi au départ, le résultat du programme A est toujours le double du résultat du programme B.

<u>Exercice 3</u> (22 points)

1. AB = 2 ×R = 2 × 4,5 = 9 cm

2. $AB^2 = 9^2 = 81$

$AD^2 + BD^2 = 7{,}2^2 + 5{,}4^2 = 51{,}84 + 29{,}16 = 81$

D'où $AB^2 = AD^2 + BD^2$

Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle ABD est rectangle en D.

3. Les droites (DF) et (BE) sont sécantes en A.

Les droites (BD) et (EF) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AD} = \frac{EF}{BD}$$

$$\frac{2{,}7}{9} = \frac{AF}{7{,}2} = \cancel{\frac{EF}{5{,}4}}$$

D'où AF = $\frac{2{,}7 \times 7{,}2}{9}$ = 2,16 cm

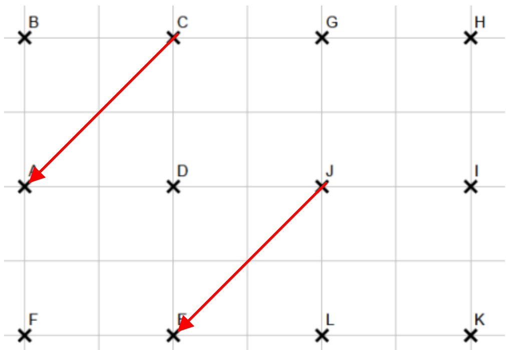
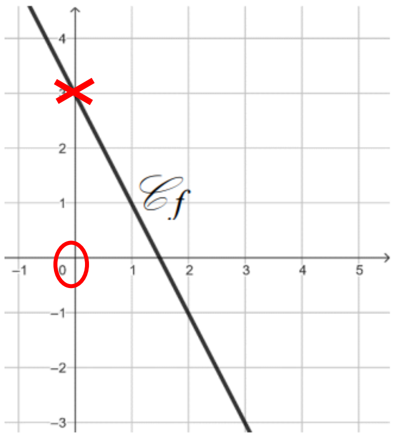
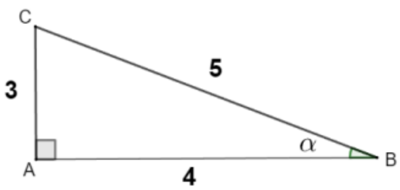
4. a. Aire du triangle ABD = $\dfrac{BD \times DA}{2} = \dfrac{5{,}4 \times 7{,}2}{2}$ =19,44 cm^2

b. Aire du disque = $\pi \times R^2$ = = $\pi \times 4{,}5^2 \approx$ 63,62 cm^2

5. $\dfrac{\text{Aire du triangle ABD}}{\text{Aire du disque}} \approx \dfrac{19{,}44}{63{,}62} \approx 0{,}306 = \dfrac{30{,}6}{100} = 30{,}6\%$

L'aire du triangle ABD représente environ 30,6% de l'aire du disque.

__Exercice 4__ **(18 points)**

1. On considère la fonction f définie par f(x) = 3x – 2. Quelle est l'image de -4 par cette fonction ? Pour x = -4, f(-4) = 3 ×(-4) – 2 = -12 – 2 = -14	Réponse A -14
2. Combien vaut $(-5)^3$?	Réponse A -125
3. Quelle est l'image du point J par la translation qui transforme C en A ?  	Réponse B E
4. Quel est l'antécédent de 3 par la fonction f ?  	Réponse C 0
5. On a mesuré les tailles, en m, de sept élèves : 1,46 ; 1,65 ; 1,6 ; 1,72 ; 1,7 ; 1,67 ; 1,75 Quelle est la médiane, en m, de ces tailles ? Ordre croissant : 1,46 ; 1,6 ; 1,65 ;1,67 ; 1,7 ; 1,72 ; 1,75	Réponse B 1,67
6. Dans le triangle ABC rectangle en A ci-dessous, qui n'est pas en vraie grandeur, quelle est la valeur de cos α ?  $\text{Cos } \alpha = \dfrac{\text{adj}}{\text{hyp}} = \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{4}{5} = 0{,}8$	Réponse A 0,8

<u>Exercice 5</u> (20 points)

PARTIE A

1. 15 n'est pas un diviseur de 132 donc on ne peut pas faire 15 sachets.

2. a. $330 = 33 \times 10$
$= 3 \times 11 \times 2 \times 5$
$= 2 \times 3 \times 5 \times 11$

$132 = 2 \times 66$
$= 2 \times 2 \times 33$
$= 2 \times 2 \times 3 \times 11$

b. Le nombre de sachets doit diviser le nombre d'autocollants (330) et le nombre de drapeaux (132), c'est donc un diviseur commun de 132 et 330.
La présidente veut faire le plus grand nombre de sachets, ce nombre sera donc le plus grand diviseur commun de 132 et 330.
$330 = 2 \times 3 \times 5 \times 11$ et $132 = 2 \times 2 \times 3 \times 11$ donc PGCD (330 ; 132) = $2 \times 3 \times 11 = 66$.
La présidente peut faire au maximum 66 sachets.

c. 330 : 66 = 5 et 132 : 66 = 2
Dans chaque sachet, il y a 5 autocollants et 2 drapeaux.

PARTIE B

$\mathcal{V} = 25 \times 15 \times 2 = 750 \text{ m}^3$

Volume d'eau = $\dfrac{9}{10} \times 750 = 675 \text{ m}^3$

Prix de l'eau $= 675 \times 4,14 = 2\,794,5$
Le remplissage de la piscine coûte 2 794,50 €.