



Epreuve de Mathématiques

Mars 2022

Durée : 02h00

L'utilisation de la calculatrice est autorisée (circ. 99-186 du 16 novembre 1999).

Le sujet est constitué de sept exercices indépendants.

Le candidat peut les traiter dans l'ordre qui lui convient.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.

Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

Le sujet comporte 5 pages.

Exercice 1

21 points

Voici cinq affirmations.

Pour chacune d'entre elles, dire si elle est vraie ou fausse. On rappelle que la réponse doit être justifiée.

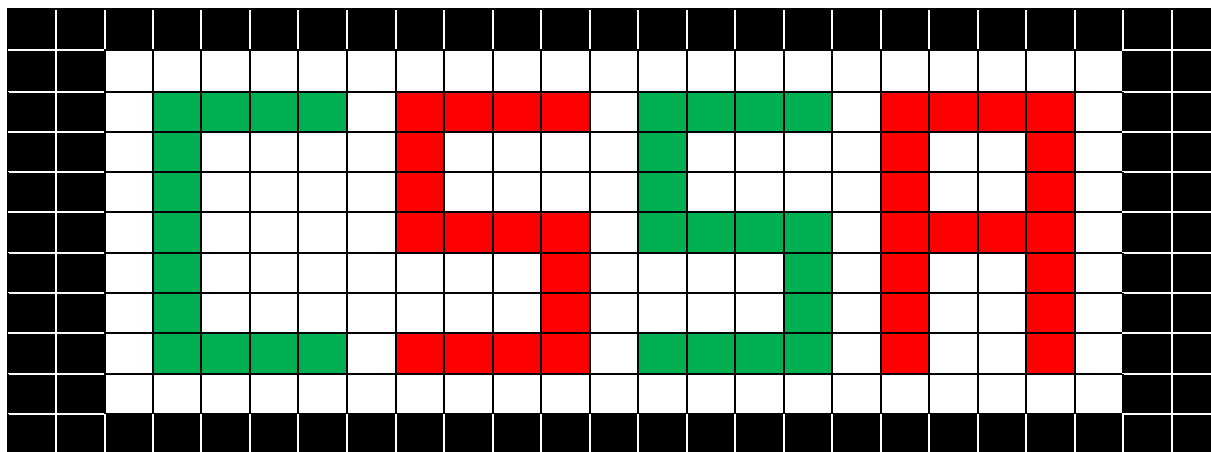
1. **Affirmation 1 :** $\frac{2}{5} + \frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{12}{15}$

2. On considère la fonction $f : x \longmapsto -3x - 5$
Affirmation 2 : L'image de 4 par f est -7.

3. **Affirmation 3 :**
La décomposition de 2 200 en produit de facteurs premiers n'utilise que les nombres premiers 2, 5 et 11.

4. **Affirmation 4 :** Pour tout nombre x , $(4x + 5)^2 - 49 = (4x + 12)(4x - 2)$

5. Soit le triangle PSG tel que $PS = 36$ cm, $SG = 6$ dm et $PG = 48$ cm.
Affirmation 5 : Le triangle PSG est rectangle en P.



Mattéi réalise un assemblage de carreaux représentant son club de foot préféré.

Pour cela il doit coller 86 carreaux noirs, 29 verts, 34 rouges et 126 blancs.

Tous les carreaux sont mélangés dans une boîte.

Mattéi choisit un carreau au hasard.

On estime que tous les carreaux ont la même chance d'être choisis.

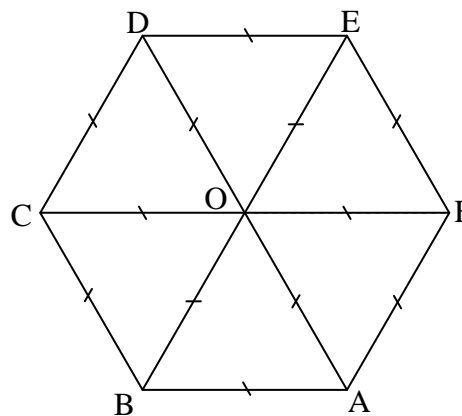
1. Quelle est la probabilité que Mattéi choisisse un carreau blanc ?
2. Quelle est la probabilité que Mattéi ne choisisse pas un carreau noir ?
3. Quelle est la probabilité que le carreau choisi soit vert ou rouge ?
4. En une journée Mattéi a collé 68 % des carreaux.
Combien de carreaux cela représente-t-il ?

Dans cet exercice, aucune justification n'est attendue.

On considère l'hexagone ABCDEF de centre O représenté ci-contre.

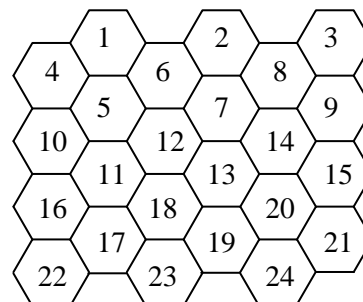
1. Parmi les propositions suivantes, recopier celle qui correspond à l'image du quadrilatère CDEO par la symétrie de centre O.

Proposition 1	Proposition 2	Proposition 3
FABO	ABCO	FODE



2. Quel est l'image du segment [AO] par la symétrie d'axe (CF) ?
3. On considère la rotation de centre O qui transforme le triangle OAB en le triangle OCD.
Quel est l'image du triangle BOC par cette rotation ?

4. La figure ci-contre représente un pavage dont le motif de base à la même forme que l'hexagone ci-dessus.
On a numéroté ces hexagones.
Quelle est l'image de l'hexagone 14 par la translation qui transforme l'hexagone 2 en l'hexagone 12 ?



Cybellia et Lies ont chacune un programme de calcul.

Programme de Cybellia	Programme de Lies
Etape 1 : Choisir un nombre de départ Etape 2 : Ajouter 3 Etape 3 : Multiplier le résultat par 4 Etape 4 : Soustraire 12	Etape 1 : Choisir un nombre de départ Etape 2 : Soustraire 5 Etape 3 : Ajouter le triple du nombre de départ Etape 4 : Ajouter 5

1. Avec le programme de Cybellia

- Montrer que si Cybellia choisit -5, elle obtient un résultat de -20.
- Quel résultat obtient-elle si elle choisit 2 ?

2. Avec le programme de Lies

Lies férue d'informatique préfère créer et utiliser une feuille de tableur (document 1) ou scratch (document 2) pour appliquer son programme de calcul.

- En utilisant la feuille tableur (document 1), quel est le résultat trouvé par Lies en choisissant -5 au départ. On ne demande pas de justification.
 - En utilisant la feuille tableur (document 1), quel est le résultat trouvé par Lies en choisissant 2 au départ. On ne demande pas de justification.
 - En utilisant la feuille tableur (document 1), quel nombre doit choisir Lies au départ pour trouver -4 au résultat. On ne demande pas de justification.
 - Quelle formule Lies a-t-elle écrite dans la cellule B2 puis étirée vers la droite pour calculer le résultat à l'étape 2 ?
 - Dans le script (scratch) qu'y a-t-il d'écrit sous les taches ?
3. Montrer que quelque soit le nombre de départ, les deux programmes donnent toujours le même résultat.

Document 1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
A	Etape 1	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7		
B	Etape 2	-12	-11	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2		
C	Etape 3	-33	-29	-25	-21	-17	-13	-9	-5	-1	3	7	11	15	19	23		
D	Etape 4	-28	-24	-20	-16	-12	-8	-4	0	4	8	12	16	20	24	28		
E																		

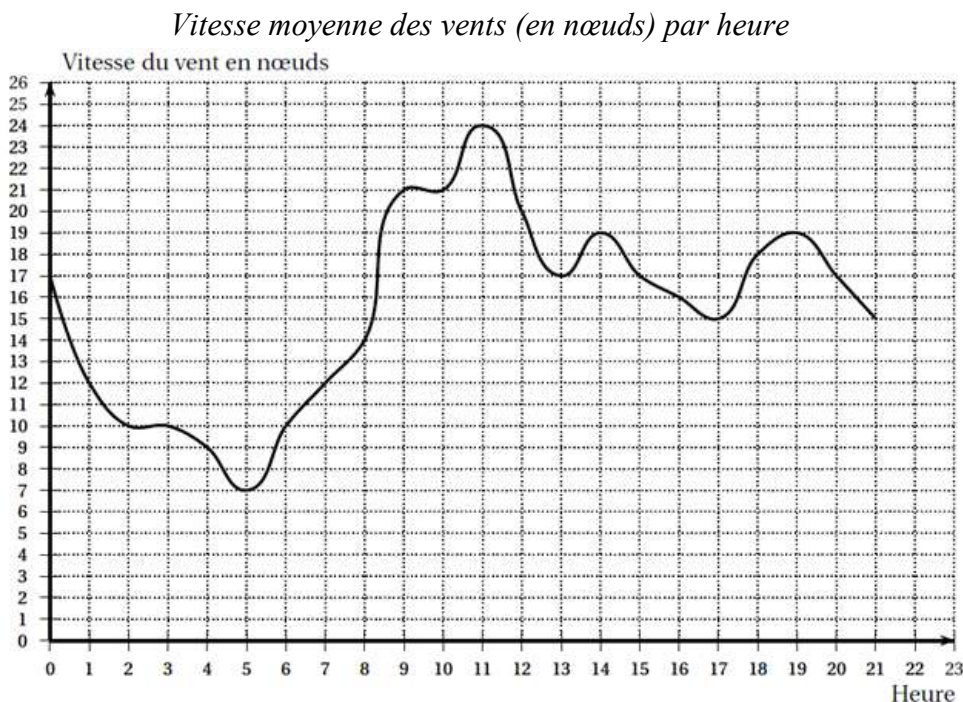
Document 2



Exercice 5**12 points**

Pendant ses vacances en Nouvelle Calédonie, Axel va sur le site « météo NC » pour avoir une idée des meilleurs moments pour faire du cerf-volant avec ses enfants. Il obtient le graphique ci-dessous qui donne la prévision de la vitesse du vent, en nœuds, en fonction de l'heure de la journée.

Répondre aux questions par lecture graphique. Aucune justification n'est demandée.



On répondra avec la précision permise par le graphique.

1. **a.** Quelle est la vitesse du vent prévue à 14 h ?
- b.** À quelles heures prévoit-on 12 nœuds de vent ?
- c.** À quelle heure la vitesse du vent prévue est-elle la plus élevée ?
- d.** À quelle heure la vitesse du vent prévue est-elle la plus faible ?
2. La pratique du cerf-volant est dangereuse au-dessus de 20 nœuds.
De quelle heure à quelle heure ne faut-il pas faire de cerf-volant ?

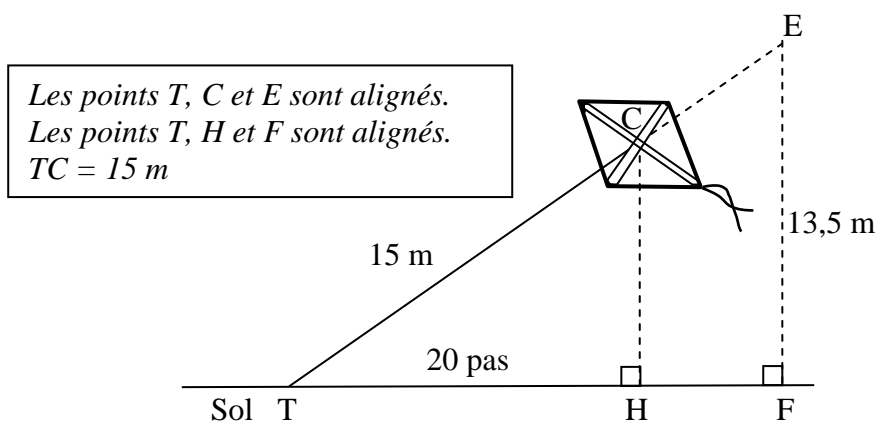
Exercice 6**15 points**

Axel attache son cerf-volant au point T.

Il fait 20 pas pour parcourir la distance TH.

Un pas mesure 0,6 mètre.

Le schéma ci-dessous illustre la situation. Il n'est pas à l'échelle.



1. Montrer que la hauteur CH du cerf-volant est égale à 9 m.
2. Axel souhaite que son cerf-volant atteigne une hauteur de 13,5 m.
Calculer la longueur TE de la corde nécessaire.

Une entreprise sedanaisse rembourse à ses employés le coût de leurs déplacements professionnels, quand les employés utilisent leur véhicule personnel.

Pour calculer le montant de ces remboursements, elle utilise la formule et le tableau d'équivalence ci-dessous proposés par le gestionnaire :

Formule Montant du remboursement : $a + b \times d$ où :	Document 1		
	Tableau		
<ul style="list-style-type: none"> • a est un prix (en euros) qui ne dépend que de la longueur du trajet ; • b est le prix payé (en euros) par kilomètre parcouru ; • d est la longueur en kilomètres du « trajet aller ». 	Longueur d du « trajet aller »	Prix a	Prix b par kilomètre
	De 1 km à 16 km	0,778 1	0,194 4
	De 17 km à 32 km	0,250 3	0,216 5
	De 33 km à 64 km	2,070 6	0,159 7
	De 65 km à 109 km	2,889 1	0,148 9
	De 110 km à 149 km	4,086 4	0,142 5
	De 150 km à 199 km	8,087 1	0,119 3
	De 200 km à 300 km	7,757 7	0,120 9
	De 301 km à 499 km	13,651 4	0,103 0
	De 500 km à 799 km	18,444 9	0,092 1
De 800 km à 9999 km	32,204 1	0,075 5	

1. Pour un « trajet aller » Sedan-Charleville (24 km), vérifier que le montant du remboursement est environ 5,45 €.
2. Dans le cadre de son travail, un employé de cette entreprise effectue un déplacement à Paris. Il choisit de prendre sa voiture et il trouve les informations ci-dessous sur un site internet.

Document 2
Distance Sedan – Paris : 246 km
Coût du péage entre Sedan et Paris : 11,30 €
Consommation moyenne de la voiture de l'employé : 6,2 litres d'essence aux 100 km
Prix du litre d'essence : 1,52 €

A l'aide des documents 1 et 2, répondre à la question suivante :

« Le montant du remboursement sera-t-il suffisant pour couvrir les dépenses de cet employé pour effectuer le trajet aller de Sedan à Paris ? ».

Correction

1. **Affirmation 1 :** $\frac{2}{5} + \frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{5} + \frac{8}{15} = \frac{6}{15} + \frac{8}{15} = \frac{14}{15} \neq \frac{12}{15}$

L'affirmation 1 est fausse.

2. On considère la fonction $f : x \mapsto -3x - 5$

Affirmation 2 : L'image de 4 par f est -7.

$$f(4) = -3 \times 4 - 5 = -12 - 5 = -17. \text{ L'image de 4 par } f \text{ est } -17.$$

L'affirmation 2 est fausse.

3. **Affirmation 3 :**

La décomposition de 2 200 en produit de facteurs premiers n'utilise que les nombres premiers 2, 5 et 11.

$$\begin{aligned} 2\,200 &= 22 \times 100 \\ &= 2 \times 11 \times 10 \times 10 \\ &= 2 \times 11 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5 \\ &= 2^3 \times 5^2 \times 11 \end{aligned}$$

L'affirmation 3 est vraie.

4. **Affirmation 4 :** Pour tout nombre x , $(4x + 5)^2 - 49 = (4x + 12)(4x - 2)$

$$\begin{aligned} (4x + 5)^2 - 49 &= (4x)^2 + 2 \times 4x \times 5 + 5^2 - 49 \\ &= 16x^2 + 40x + 25 - 49 \\ &= 16x^2 + 40x - 24 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4x + 12)(4x - 2) &= 4x \times 4x + 4x \times (-2) + 12 \times 4x + 12 \times (-2) \\ &= 16x^2 - 8x + 48x - 24 \\ &= 16x^2 + 40x - 24 \end{aligned}$$

L'affirmation 4 est vraie.

5. Soit le triangle PSG tel que $PS = 36$ cm, $SG = 6$ dm et $PG = 48$ cm.

Affirmation 5 : Le triangle PSG est rectangle en P.

$$PS = 36 \text{ cm}, SG = 6 \text{ dm} = 60 \text{ cm} \text{ et } PG = 48 \text{ cm}$$

$$SG^2 = 60^2 = 3\,600$$

$$PS^2 + PG^2 = 36^2 + 48^2 = 1\,296 + 2\,304 = 3\,600$$

$$\text{D'où } SG^2 = PS^2 + PG^2$$

Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle PSG est rectangle en P.

L'affirmation 5 est vraie.

1. Quelle est la probabilité que Mattéi choisisse un carreau blanc ?

$$86 + 29 + 34 + 126 = 275 \quad \text{Il y a 275 carreaux.}$$

$$P(\text{blanc}) = \frac{126}{275}$$

2. Quelle est la probabilité que Mattéi ne choisisse pas un carreau noir ?

$$275 - 86 = 189 \quad \text{Il y a 189 carreaux qui ne sont pas noirs.}$$

$$P(\text{non noir}) = \frac{189}{275}$$

3. Quelle est la probabilité que le carreau choisi soit vert ou rouge ?

$$29 + 34 = 63 \quad \text{Il y a 63 carreaux verts ou rouges.}$$

$$P(\text{vert ou rouge}) = \frac{63}{275}$$

4. En une journée Mattéi a collé 68 % des carreaux. Combien de carreaux cela représente-t-il ?

$$68 \% \text{ de } 275 = \frac{68}{100} \times 275 = 0,68 \times 275 = 187 \quad \text{Mattéi a collé 187 carreaux.}$$

1. Parmi les propositions suivantes, recopier celle qui correspond à l'image du quadrilatère CDEO par la symétrie de centre O.

Proposition 1 : FABO

2. Le symétrique du segment [AO] par la symétrie d'axe (CF) est le **segment [EO]**.
3. On considère la rotation de centre O qui transforme le triangle OAB en le triangle OCD.
L'image du triangle BOC par cette rotation est le **triangle DOE**.
4. L'image de l'hexagone 14 par la translation qui transforme l'hexagone 2 en l'hexagone 12 est l'**hexagone 19**.

1. Avec le programme de Cybellia

- a. Montrer que si Cybellia choisit -5, elle obtient un résultat de -20.

$$-5 + 3 = -2 \qquad -2 \times 4 = -8 \qquad -8 - 12 = -20$$

ou $(-5 + 3) \times 4 - 12 = -2 \times 4 - 12 = -8 - 12 = -20$

Si Cybellia choisit -5, elle obtiendra -20.

- b. Quel résultat obtient-elle si elle choisit 2 ?

$$2 + 3 = 5 \qquad 5 \times 4 = 20 \qquad 20 - 12 = 8$$

ou $(2 + 3) \times 4 - 12 = 5 \times 4 - 12 = 20 - 12 = 8$

Si Cybellia choisit 2, elle obtiendra 8.

2. Avec le programme de Lies

Lies férue d'informatique préfère créer et utiliser une feuille de tableur (document 1) ou scratch (document 2) pour appliquer son programme de calcul.

a. Si Lies choisit -5, elle obtiendra -20.

b. Si Lies choisit 2, elle obtiendra 8.

c. Pour obtenir -4, Lies doit choisir -1.

d. = A2-5

e. 1ère tache : 5 2ème tache : Etape 1 ou réponse

3. Montrer que quelque soit le nombre de départ, les deux programmes donnent toujours le même résultat.

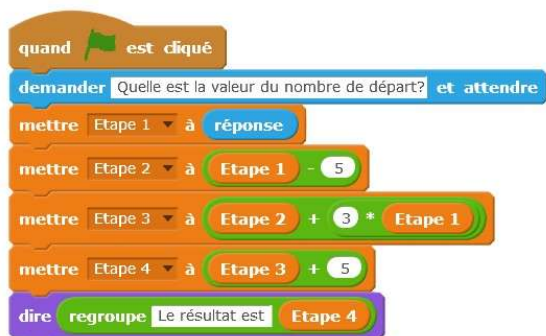
Programme de Cybellia	
Etape 1 : Choisir un nombre de départ	x
Etape 2 : Ajouter 3	$x + 3$
Etape 3 : Multiplier le résultat par 4	$(x + 3) \times 4 = x \times 4 + 3 \times 4 = 4x + 12$
Etape 4 : Soustraire 12	$4x + 12 - 12 = 4x$
Programme de Lies	
Etape 1 : Choisir un nombre de départ	x
Etape 2 : Soustraire 5	$x - 5$
Etape 3 : Ajouter le triple du nombre de départ	$x - 5 + 3x = 4x - 5$
Etape 4 : Ajouter 5	$4x - 5 + 5 = 4x$

En partant d'un nombre quelconque x , les deux programmes donnent le même résultat $4x$.

Document 1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
A	Etape 1	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7		
B	Etape 2	-12	-11	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2		
C	Etape 3	-33	-29	-25	-21	-17	-13	-9	-5	-1	3	7	11	15	19	23		
D	Etape 4	-28	-24	-20	-16	-12	-8	-4	0	4	8	12	16	20	24	28		
E																		

Document 2



J'ai nettoyé les taches.



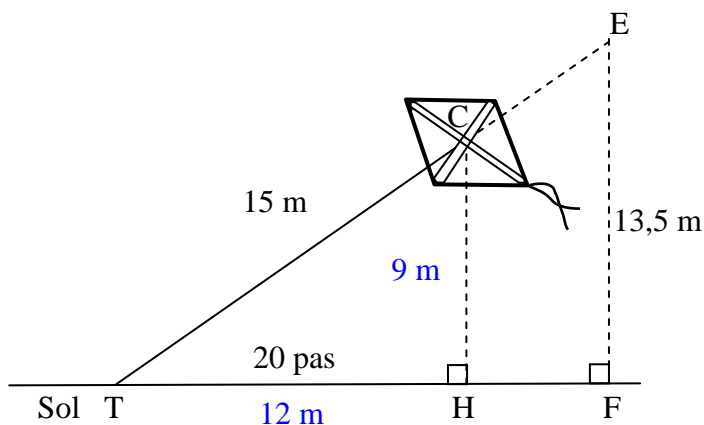
Exercice 5

12 points

- À 14 h la vitesse du vent prévue est de 19 nœuds.
 - La vitesse du vent sera de 12 nœuds à 1 h et à 7 h.
 - La vitesse du vent la plus élevée (24 nœuds) est prévue à 11 h.
 - La vitesse du vent la plus faible (7 nœuds) est prévue à 5 h.
- La pratique du cerf-volant sera dangereuse entre 8 h 30 et 12 h.

Exercice 6

15 points



- 20 pas = $20 \times 0,6 \text{ m} = 12 \text{ m}$

D'après le théorème de Pythagore dans le triangle THC rectangle en H, on a :

$$TC^2 = TH^2 + HC^2$$

$$15^2 = 12^2 + HC^2$$

$$225 = 144 + HC^2$$

$$HC^2 = 225 - 144$$

$$HC^2 = 81$$

$$HC = \sqrt{81}$$

$$HC = 9 \text{ m}$$

- Les droites (FH) et (EC) sont sécantes en T. Les droites (HC) et (FE) sont parallèles (elles sont toutes les deux perpendiculaires à la droite (FT)).

On peut donc appliquer le théorème de Thalès :

$$\frac{TH}{TF} = \frac{TC}{TE} = \frac{HC}{FE}$$

$$\frac{12}{\cancel{TF}} = \frac{15}{TE} = \frac{9}{13,5}$$

On en déduit :

$$TE = \frac{15 \times 13,5}{9} = \frac{202,5}{9} = 22,5 \text{ m}$$

1. Pour $d = 24$ km, $a = 0,2503$ et $b = 0,2165$.

$$\text{Remboursement} = a + b \times d = 0,2503 + 0,2165 \times 24 = 0,2503 + 5,196 = 5,4463 \approx 5,45 \text{ €}.$$

2. Pour $d = 246$ km, $a = 7,7577$ et $b = 0,1209$.

$$\text{Remboursement} = a + b \times d = 7,7577 + 0,1209 \times 246 = 7,7577 + 29,7414 = 37,4991 \approx 37,50 \text{ €}.$$

Frais réels :

Essence :

Distance en km	100	246	
Consommation en L	6,2	15,252	← $246 \times 6,2 : 100$

Le véhicule consomme 15,252 L d'essence.

$$15,252 \times 1,52 = 23,18304 \approx 23,20 \text{ €}.$$

L'essence coûte environ 23,20 €.

$$\text{Essence} + \text{Péage} = 23,20 + 11,30 = 34,50 \text{ €}.$$

Le voyage coûte environ 34,50 €.

Le remboursement (37,50 €) est suffisant pour couvrir les dépenses (34,50 €) de cet employé.