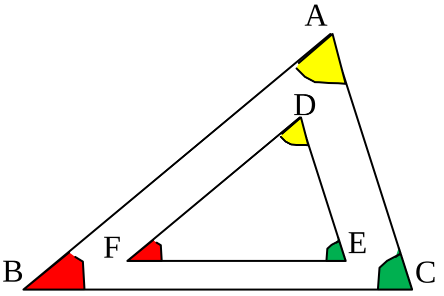
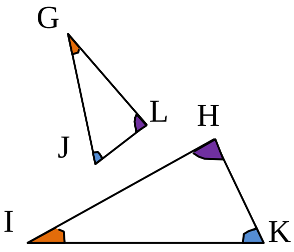
4^e – Triangles semblables

Exercice 1

Sur les schémas suivants, les angles de la même couleur sont égaux.





1) Quel est le côté homologue au côté [AC] ?

2) Quel est le côté homologue au côté [HI] ?

3) Quel est l'angle homologue à l'angle $\widehat{ACB}$?

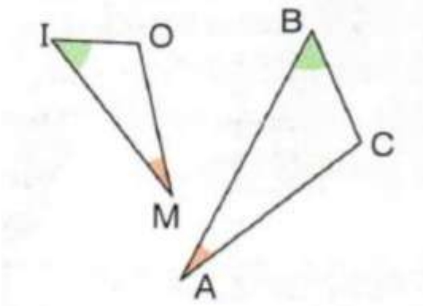
4) Quel est l'angle homologue à l'angle $\widehat{IHK}$?

5) Les triangles ABC et DEF sont semblables donc les longueurs des côtés sont proportionnelles, on peut donc écrire : $\dfrac{AC}{\quad} = \dfrac{\quad}{\quad} = \dfrac{\quad}{\quad}$

6) Les triangles GLJ et IHK sont semblables donc les longueurs des côtés sont proportionnelles, on peut donc écrire : $\dfrac{JL}{\quad} = \dfrac{\quad}{\quad} = \dfrac{\quad}{\quad}$

Exercice 2

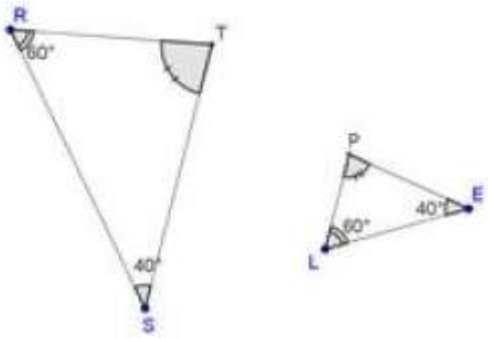
Les triangles ABC et MOI sont semblables.
Compléter le tableau suivant ;



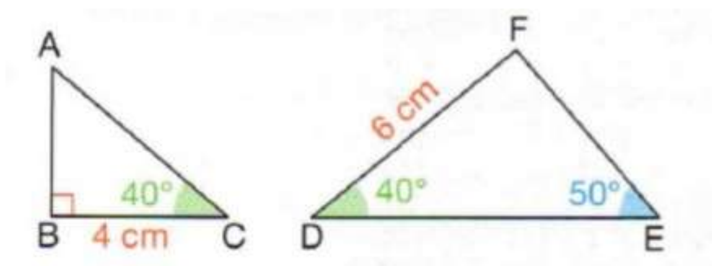
Angles homologues	Sommets homologues	Côtés homologues
$\widehat{ABC}$ et ……….	B et……….	[AC] et ……….
$\widehat{BAC}$ et ……….	A et……….	[BC] et ……….
$\widehat{ACB}$ et ……….	C et ……….	[AB] et ……….

Exercice 3

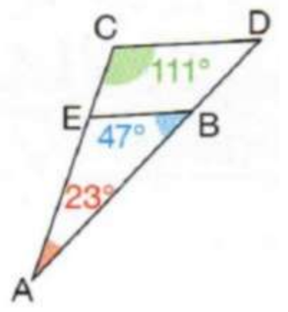
a) Démontrer que les triangles RST et PEL sont semblables.



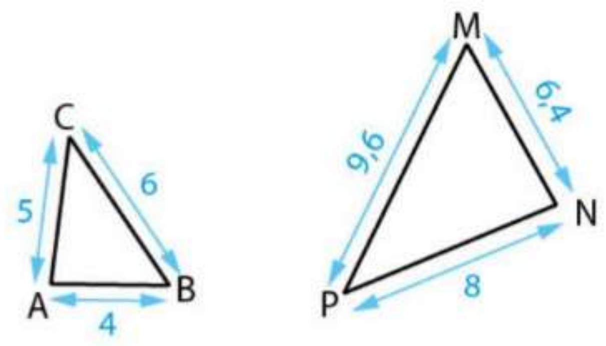
b) Démontrer que les triangles ABC et DEF sont semblables.



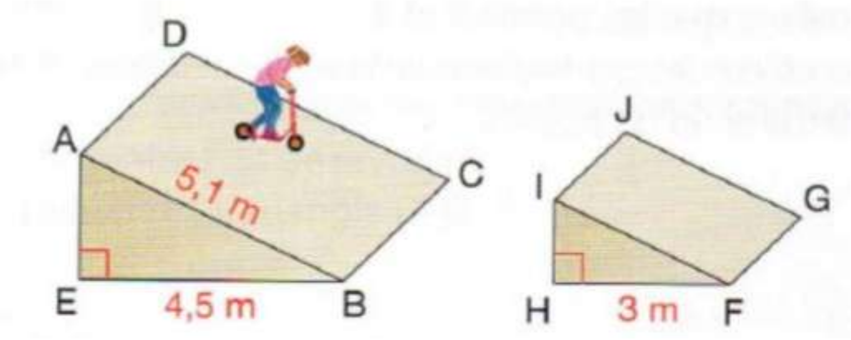
c) Les triangles AEB et ACD sont-ils semblables ?



d) Justifier que les triangles ABC et MNP sont des triangles semblables.



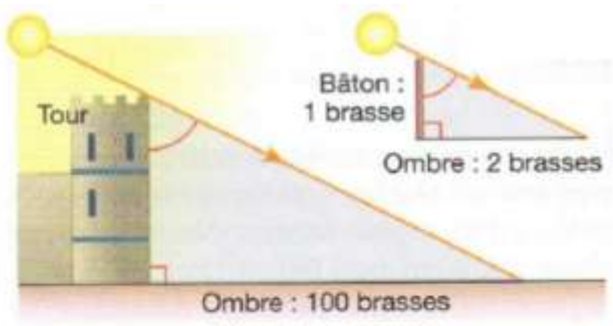
Exercice 4



Les triangles ABE et IHF de ces deux rampes sont semblables.
1) Calculer AE.
2) Calculer IH et IF.

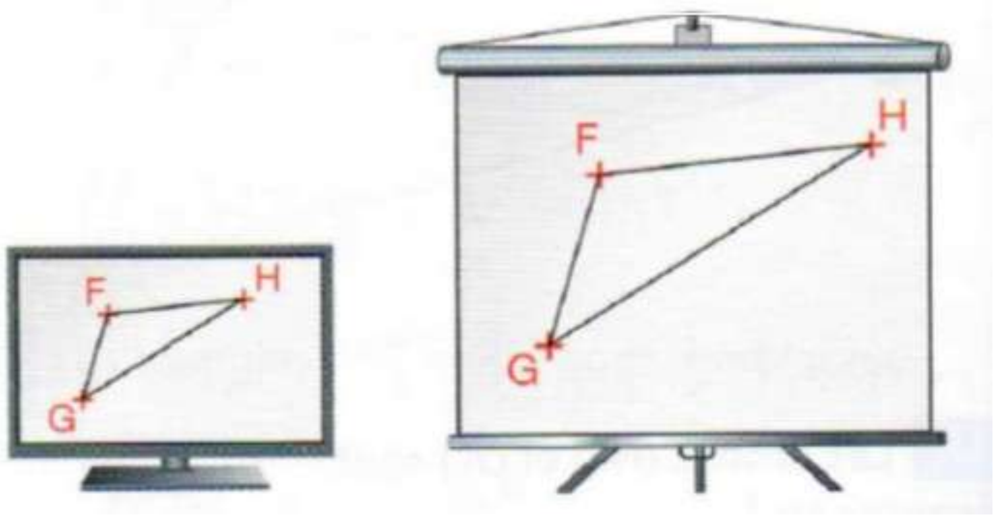
Exercice 5

Au XVe siècle, Léonard de Vinci calculait la hauteur d'une tour en mesurant les ombres d'un bâton et de cette tour à un même instant.
Quelle est la hauteur de cette tour ?



Exercice 6

Un professeur projette une triangle FGH à l'aide d'un vidéoprojecteur.
Sur l'ordinateur, le triangle FGH est tel que :
FG = 3 cm, FH = 4,5 cm et GH = 6,3 cm.
Sur l'écran, le côté [GH] mesure 1,05 m.
Quelles sont les longueurs des segments [FG] et [FH] sur l'écran ?



4^e – Triangles semblables - Correction

Exercice 1

1) Quel est le côté homologue au côté [AC] ? [DE]

2) Quel est le côté homologue au côté [HI] ? [GL]

3) Quel est l'angle homologue à l'angle $\widehat{ACB}$? $\widehat{DEF}$

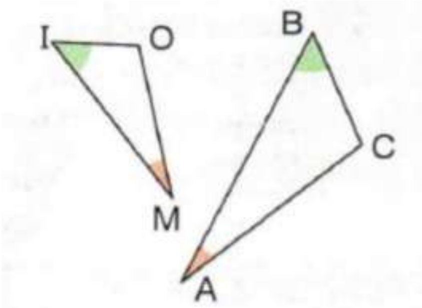
4) Quel est l'angle homologue à l'angle $\widehat{IHK}$? $\widehat{GLJ}$

5) Les triangles ABC et DEF sont semblables donc les longueurs des côtés sont proportionnelles, on peut donc écrire : $\frac{AC}{DE} = \frac{AB}{DF} = \frac{BC}{FE}$

6) Les triangles GLJ et IHK sont semblables donc les longueurs des côtés sont proportionnelles, on peut donc écrire : $\frac{JL}{HK} = \frac{GL}{HI} = \frac{GJ}{IK}$

Exercice 2

Les triangles ABC et MOI sont semblables.
Compléter le tableau suivant ;



Angles homologues	Sommets homologues	Côtés homologues
$\widehat{ABC}$ et $\widehat{MIO}$	B et I	[AC] et [MO]
$\widehat{BAC}$ et $\widehat{OMI}$	A et M	[BC] et [OI]
$\widehat{ACB}$ et $\widehat{IOM}$	C et O	[AB] et [MI]

Exercice 3

a) Triangle RST Triangle PEL

$\widehat{TRS} = 60°$ $\widehat{PLE} = 60°$ $\widehat{TRS} = \widehat{PLE}$

$\widehat{RST} = 40°$ $\widehat{PEL} = 40°$ $\widehat{RST} = \widehat{PEL}$

Les triangles RST et PEL ont deux angles égaux donc les triangles RST et PEL sont semblables.

b) Triangle ABC Triangle DEF

$\widehat{ACB} = 40°$ $\widehat{FDE} = 40°$ $\widehat{ACB} = \widehat{FDE}$

$\widehat{ABC} = 90°$ $\widehat{DFE} = 180 - 40 - 50 = 90°$ $\widehat{ABC} = \widehat{DFE}$

Les triangles ABC et DEF ont deux angles égaux donc les triangles ABC et DEF sont semblables.

c) Triangle AEB Triangle ACD

$\widehat{BAE} = 23°$ $\widehat{CAD} = 23°$ $\widehat{BAC} = \widehat{CAD}$

$\widehat{ABE} = 47°$ $\widehat{ADC} = 180 - 111 - 23 = 46°$ $\widehat{ABE} \neq \widehat{ADC}$

$\widehat{BEA} = 180 - 47 - 23 = 110°$ $\widehat{ACD} = 111°$ $\widehat{BEA} \neq \widehat{ACD}$

Les angles des triangles AEB et ACD ne sont pas égaux deux à deux donc les triangles AEB et ACD ne sont pas semblables.

d) Si les triangles sont semblables, les longueurs des côtés sont proportionnelles.

$\frac{MN}{AB} = \frac{6,4}{4} = 1,6$

$\frac{PN}{AC} = \frac{8}{5} = 1,6$

$\frac{PM}{BC} = \frac{9,6}{6} = 1,6$

Donc les triangles MPN et ABC sont semblables.

Exercice 4

1) D'après le théorème de Pythagore dans le triangle ABE rectangle en E, on a :

$AB^2 = AE^2 + EB^2$

$5,1^2 = AE^2 + 4,5^2$

$26,01 = AE^2 + 20.25$

$AE^2 = 26,01 - 20,25$

$AE^2 = 5,76$

$AE = \sqrt{5,76} = 2,4$ m

2) Les triangles ABE et IHF de ces deux rampes sont semblables donc les longueurs des côtés sont proportionnelles.

$$\frac{EB}{HF} = \frac{AE}{HI} = \frac{AB}{IF}$$

$$\frac{4,5}{3} = \frac{2,4}{HI} = \frac{5,1}{IF}$$

$HI = \frac{2,4 \times 3}{4,5}$ $\qquad$ $IF = \frac{5,1 \times 3}{4,5}$

$HI = 1,6$ m $\qquad$ $IF = 3,4$ m

Exercice 5

Les deux triangles sont semblables. Les longueurs des côtés des deux triangles sont proportionnelles.

Le grand triangle est 50 fois plus grand que le petit triangle.

La tour mesure 50 brasses.

Exercice 6

On appelle F'G'H' le grand triangle.

Les triangles FGH et F'G'H' sont semblables donc les longueurs des côtés sont proportionnelles.

$$\frac{F'G'}{FG} = \frac{F'H'}{FH} = \frac{G'H'}{GH}$$

$$\frac{F'G'}{3} = \frac{F'H'}{4,5} = \frac{105}{6,3}$$

$F'G' = \frac{3 \times 105}{6,3} = 50$ cm $\qquad$ $F'H' = \frac{4,5 \times 105}{6,3} = 75$ cm