

Diplôme national du Brevet Amérique du Nord - 31 mai 2023

L'usage de calculatrice avec mode examen activé est autorisé.

L'usage de calculatrice sans mémoire « type collègue » est autorisé.

Exercice 1 (20 points)

Les cinq situations suivantes sont indépendantes.

Situation 1

Décomposer en produit de facteurs premiers le nombre 780.

Aucune justification n'est attendue.

Situation 2

On rappelle qu'un jeu de 32 cartes est composé de quatre familles (trèfle, carreau, cœur, pique).

Chaque famille est composée de huit cartes : 7, 8, 9, 10, valet, dame, roi et as.

L'expérience aléatoire consiste à tirer une carte au hasard dans ce jeu de 32 cartes.

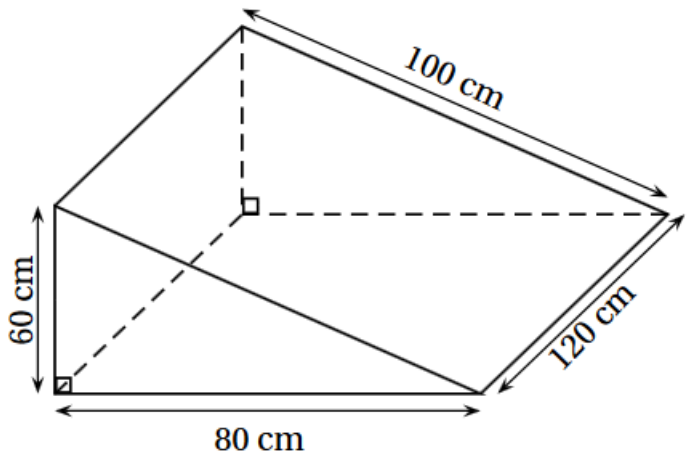
- Quelle est la probabilité d'obtenir le 8 de pique ?
Aucune justification n'est attendue.
- Quelle est la probabilité d'obtenir un roi ou un cœur ?
Aucune justification n'est attendue.

Situation 3

Développer et réduire l'expression $A = (2x + 5)(3x - 4)$.

Situation 4

- Quel est le volume, en cm^3 , de ce prisme droit ?
- Convertir ce résultat en litre.
Rappel : $1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3$.



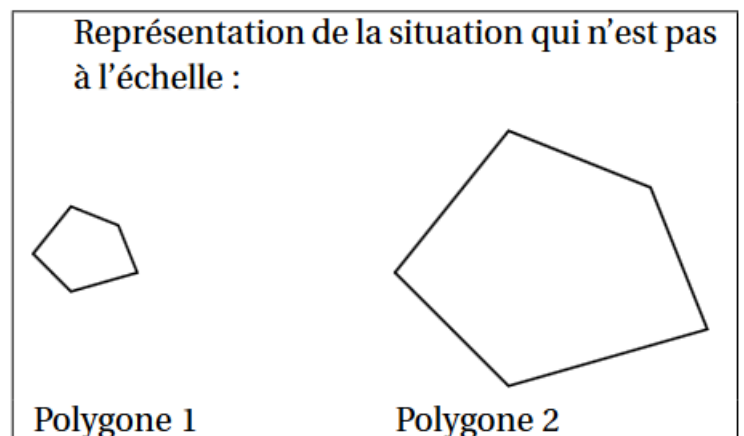
Situation 5

Le polygone 2 est un agrandissement du polygone 1.

Le coefficient de cet agrandissement est 3.

L'aire du polygone 1 est égale à 11 cm^2 .

Quelle est l'aire du polygone 2 ?



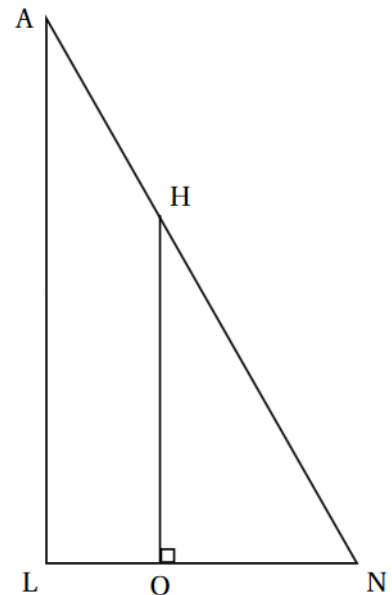
Exercice 2 (22 points)

On considère la figure ci-contre. On donne les mesures suivantes :

- $AN = 13$ cm
- $LN = 5$ cm
- $AL = 12$ cm
- $ON = 3$ cm
- O appartient au segment $[LN]$
- H appartient au segment $[NA]$

1. Montrer que le triangle LNA est rectangle en L .
2. Montrer que la longueur OH est égale à 7,2 cm.
3. Calculer la mesure de l'angle \widehat{LNA} .
Donner une valeur approchée à l'unité près.
4. Pourquoi les triangles LNA et ONH sont-ils semblables ?
5. a. Quelle est l'aire du quadrilatère $LOHA$?
b. Quelle proportion de l'aire du triangle LNA représente l'aire du quadrilatère $LOHA$?

Cette figure n'est pas à l'échelle.

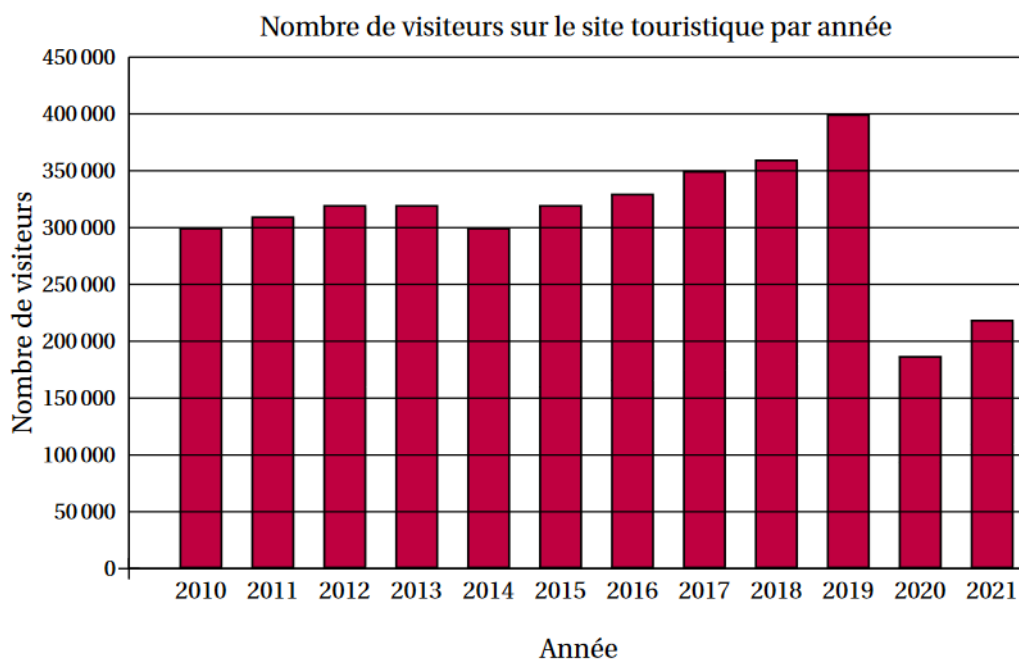


Exercice 3 (20 points)

Les deux parties sont indépendantes

Partie A : évolution du nombre de visiteurs sur un site touristique

1. Le diagramme ci-dessous représente le nombre de visiteurs par an de 2010 à 2021 sur ce site.



- a. Quel a été le nombre de visiteurs en 2010 ? Aucune justification n'est attendue.
 - b. En quelle année le nombre de visiteurs a-t-il été le plus élevé ? Aucune justification n'est attendue.
2. Le tableau ci-dessous indique le nombre de visiteurs sur le site touristique de cette ville en 2020 et en 2021 :

Année	2020	2021
Nombre de visiteurs	187 216	219 042

Le maire de cette ville avait pour objectif que le nombre de visiteurs progresse d'au moins 15 % entre 2020 et 2021.

L'objectif a-t-il été atteint ?

Partie B : étude des prix des hôtels de cette ville

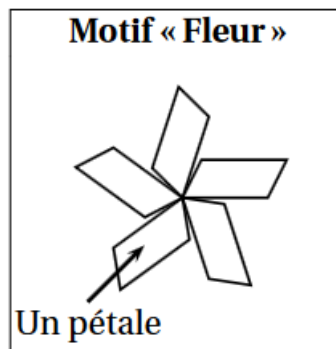
Sur une période donnée, on relève les prix facturés pour une nuit par les hôtels de cette ville.

Prix facturés pour une nuit (en euro)	60	80	85	90	110	120	350	500
Effectif	1 200	1 350	1 000	1 100	1 200	1 300	900	300

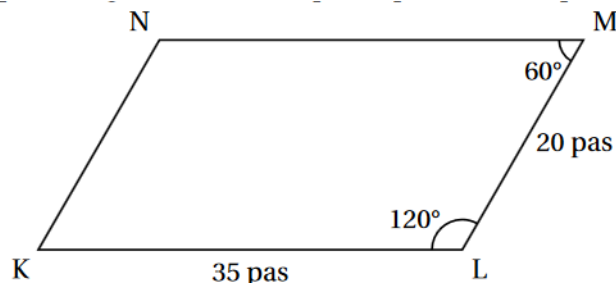
3. Déterminer l'étendue des prix facturés.
4. Quelle est la moyenne des prix facturés pour une nuit ? Arrondir à l'euro près.
5. L'association des hôteliers de cette ville cherche à attirer des touristes et annonce :
« Dans les hôtels de notre ville, au moins la moitié des nuits est facturée à moins de 100 € ». Est-ce vrai ?

Exercice 4 (20 points)

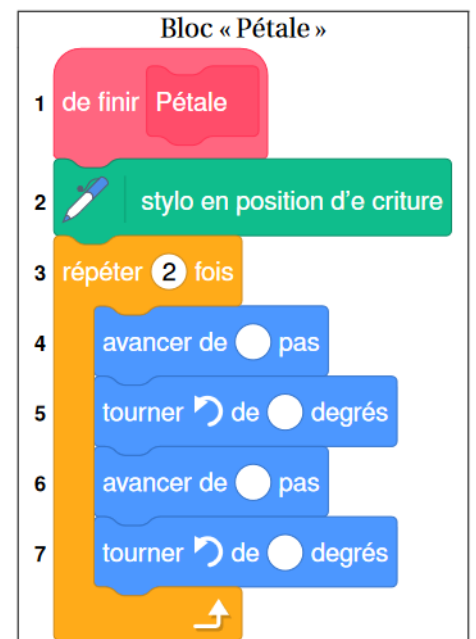
À l'aide d'un logiciel de programmation, on veut réaliser le motif « Fleur » suivant.



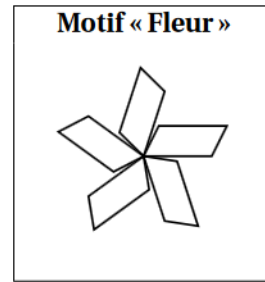
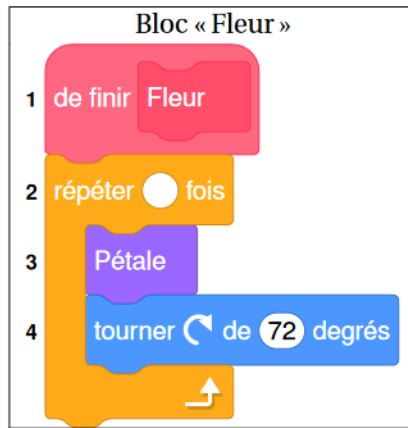
1. a. Le parallélogramme KLMN ci-dessous représente un des pétales du motif « Fleur ».
Construire ce parallélogramme sur la copie en prenant 1 cm pour 5 pas.



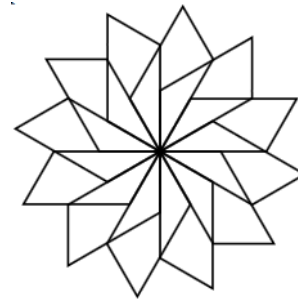
- b. On définit le bloc « Pétale » ci-contre afin de dessiner ce parallélogramme.
On commence la construction du parallélogramme au point K en s'orientant vers la droite.
Par quelles valeurs doit-on compléter les lignes 4, 5, 6, et 7 du bloc « Pétale » ci-contre ?
Aucune justification n'est attendue, écrire sur la copie le numéro de la ligne du bloc « Pétale » et la valeur correspondante.



2. Le bloc ci-dessous permet de construire un motif « Fleur » en partant de son centre.



- Par quelle valeur doit-on compléter la ligne 2 du bloc « Fleur » ci-dessus ?
Aucune justification n'est attendue.
- Expliquer le choix de la valeur « 72 » dans la ligne 4.
- On modifie le bloc « Fleur » pour construire le motif suivant :



Quelles sont alors les modifications à apporter aux lignes 2 et 4 du bloc « Fleur » ?
Aucune justification n'est attendue.

Exercice 5 (18 points)

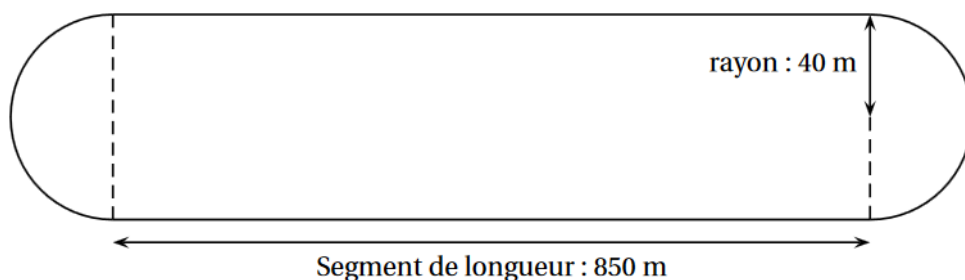
Un hippodrome est un lieu où se déroulent des courses de chevaux.

On s'intéresse à la piste d'un hippodrome.

Cette piste est composée de :

- deux lignes droites modélisées par des segments de 850 mètres ;
- deux virages modélisés par deux demi-cercles de rayon 40 mètres.

Schéma de la piste de cet hippodrome



- Montrer que la longueur d'un tour de piste est d'environ 1 951 m.
- Un cheval parcourt un tour de piste en 2 min 9 s.
 - Calculer la vitesse moyenne de ce cheval sur un tour de piste en mètre par seconde (m/s). Donner une valeur approchée à l'unité près.
 - Convertir cette vitesse en kilomètre par heure (km/h).
- On admet que la surface de la piste a une aire d'environ 73 027 m².
On souhaite semer du gazon sur la totalité de la surface de la piste.
On doit choisir des sacs de gazon à semer parmi les trois marques ci-dessous :

	Surface couverte par sac	Prix d'un sac
Marque A	500 m ²	141,95 €
Marque B	400 m ²	87,90 €
Marque C	300 m ²	66,50 €

Quelle marque doit-on choisir pour que cela coûte le moins cher possible ?

Correction - Diplôme national du Brevet Amérique du Nord - 31 mai 2023

Exercice 1 (20 points)

Situation 1

$$780 = 78 \times 10 = 39 \times 2 \times 2 \times 5 = 3 \times 13 \times 2 \times 2 \times 5$$

$$780 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 13$$

Situation 2

a. $P(\text{obtenir le 8 de pique}) = \frac{1}{32}$

b. $P(\text{obtenir un roi ou un cœur}) = \frac{11}{32}$ (8 cœurs et 3 rois, attention de ne pas compter le roi de cœur 2 fois)

Situation 3

$$A = (2x + 5)(3x - 4)$$

$$A = 2x \times 3x + 2x \times (-4) + 5 \times 3x + 5 \times (-4)$$

$$A = 6x^2 - 8x + 15x - 20$$

$$A = 6x^2 + 7x - 20$$

Situation 4

a. $V = \text{Aire de la base} \times \text{hauteur} = \text{Aire du triangle} \times \text{hauteur} = \frac{b \times h}{2} \times 120 = \frac{80 \times 60}{2} \times 120 = 288\,000 \text{ cm}^3$

b. $288\,000 \text{ cm}^3 = 288 \text{ dm}^3 = 288 \text{ L}$

Situation 5

Les longueurs sont multipliées par 3 donc l'aire est multipliée par 3^2 .

Aire du polygone 2

$$= \text{Aire du polygone 1} \times 3^2$$

$$= 11 \times 9$$

$$= 99 \text{ cm}^2$$

Exercice 2 (22 points)

1. $AN^2 = 13^2 = 169$

$$AL^2 + LN^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169$$

$$\text{D'où } AN^2 = AL^2 + LN^2$$

Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle LNA est rectangle en L.

2. Les droites (OH) et (AL) sont toutes les deux perpendiculaires à la droite (LN) donc les droites (OH) et (AL) sont parallèles.

Les droites (AH) et (LO) sont sécantes en N.

Les droites (AL) et (HO) sont parallèles.

On peut donc appliquer le théorème de Thalès :

$$\frac{NO}{NL} = \frac{NH}{NA} = \frac{OH}{AL} \quad \text{c'est-à-dire} \quad \frac{3}{5} = \frac{NH}{13} = \frac{OH}{12}$$

$$\text{D'où } OH = \frac{12 \times 3}{5} = \frac{36}{5} = 7,2 \text{ cm}$$

3. Dans le triangle rectangle LNA, on a :

$$\cos \widehat{LNA} = \frac{\text{adj}}{\text{hyp}} = \frac{NL}{NA} = \frac{5}{13} \quad \text{d'où } \widehat{LNA} = \arccos\left(\frac{5}{13}\right) \approx 67^\circ$$

4. $\widehat{\text{LNA}} = \widehat{\text{ONH}}$ (même angle)

$\widehat{\text{NLA}} = \widehat{\text{NOH}}$ (angles droits)

Les triangles NLA et NOH ont deux angles égaux deux à deux donc NLA et NOH sont des triangles semblables.

5. a. $A_{\text{LOHA}} = A_{\text{LNA}} - A_{\text{ONH}} = \frac{\text{NL} \times \text{AL}}{2} - \frac{\text{NO} \times \text{OH}}{2} = \frac{5 \times 12}{2} - \frac{3 \times 7,2}{2} = 30 - 10,8 = 19,2 \text{ cm}^2$.

Ou aire d'un trapèze $\rightarrow A_{\text{LOHA}} = \frac{(\text{AL} + \text{OH}) \times \text{OL}}{2} = \frac{(12 + 7,2) \times 2}{2} = \frac{19,2 \times 2}{2} = 19,2 \text{ cm}^2$.

b. $\frac{A_{\text{LOHA}}}{A_{\text{LNA}}} = \frac{19,2}{30} = \frac{192}{300} = \frac{16}{25}$ ou $\frac{A_{\text{LOHA}}}{A_{\text{LNA}}} = \frac{19,2}{30} = 0,64 = 64 \%$

Exercice 3 (20 points)

1. a. Le nombre de visiteurs en 2010 est de 300 000.
b. Le nombre de visiteurs a été le plus élevé en 2019.

2. Méthode 1 :

$$187\,216 \times (1 + \frac{15}{100}) = 187\,216 \times (1 + 0,15) = 187\,216 \times 1,15 = 215\,298,4$$

$215\,298,4 < 219\,042$ donc l'augmentation a été supérieure à 15 % ; objectif atteint.

Méthode 2 :

$$219\,042 - 187\,216 = 31\,826$$

$$\frac{31\,826}{187\,216} \approx 0,17 = \frac{17}{100} = 17\% \text{ et } 17\% > 15\% \text{ donc objectif atteint.}$$

3. Etendue = Valeur la plus grande – Valeur la plus petite = $500 - 60 = 440$ euros.

4.
$$\frac{1200 \times 60 + 1350 \times 80 + 1000 \times 85 + 1100 \times 90 + 1200 \times 110 + 1300 \times 120 + 900 \times 350 + 300 \times 500}{1200 + 1350 + 1000 + 1100 + 1200 + 1300 + 900 + 300} \approx 134$$

La moyenne des prix facturés pour une nuit est donc de 134 €.

5. Il y a 8 350 nuits au total.

$$8\,350 : 2 = 4\,175$$

La médiane de la série est donc entre la 4 175-ième et la 4 176-ième valeur.

Par lecture dans le tableau, on trouve que la médiane vaut 90 €. Donc la moitié des valeurs de la série sont inférieures ou égales à 90, donc l'affirmation de l'association est vraie.

Ou

$$1\,200 + 1\,350 + 1\,000 + 1\,100 = 4\,650 \text{ nuits à moins de } 100 \text{ €.}$$

$4\,650 > 4\,175$ donc l'affirmation de l'association est vraie.

Exercice 4 (20 points)

1. a. Programme de construction :

- avec la règle graduée, tracer le segment [KL], de longueur 7 cm. ($35 : 5 = 7$)
- avec le rapporteur, tracer l'angle de sommet L (120°).
- avec la règle graduée, placer le point M à 4 cm du point L. ($20 : 5 = 4$)
- avec le rapporteur, tracer l'angle de sommet M (60°).
- avec la règle graduée, placer le point N à 7 cm de M.
- tracer [NK].

b. Ligne 4 \rightarrow 35

Ligne 5 \rightarrow 60

Ligne 6 \rightarrow 20

Ligne 7 \rightarrow 120

2. a. On complète la ligne 2 par la valeur 5.
- b. Le motif comporte 5 pétales et on effectue une rotation de 360 degrés.
 $360 : 5 = 72$ Donc après avoir tracé chaque pétale, on tourne de 72 degrés.
- c. Il y a maintenant 12 pétales.
 $360 : 12 = 30$
 On modifie donc les lignes comme suit :
 ligne 2 → répéter 12 fois
 ligne 4 → tourner de 30 degrés

Exercice 5 (18 points)

1. Les deux demi cercles forment un cercle complet.
 On calcule le périmètre de ce cercle. $P_{\text{cercle}} = 2 \times \pi \times r = 2 \times \pi \times 40 \approx 251 \text{ m}$.
 On ajoute les longueurs des deux segments.
 Le périmètre total vaut donc environ $850 \times 2 + 251 \approx 1\,951 \text{ m}$.
2. Un cheval parcourt un tour de piste en 2 min 9 s.
 - a. Méthode 1 :
 $2 \text{ min } 9 \text{ s} = 129 \text{ s}$
 $v = \frac{d}{t} = \frac{1\,951 \text{ m}}{129 \text{ s}} \approx 15 \text{ m/s}$.

 Méthode 2 :

Distance en m	1 951	≈ 15
Temps en s	129	1

 $\leftarrow 1\,951 \times 1 : 129$
 La vitesse est du cheval d'environ 15 m/s.
 - b. $15 \text{ m/s} = 15 \times 3600 = 54\,000 \text{ m/h} = 54 \text{ km/h}$.
3. On calcule le nombre de sacs nécessaires, puis le montant à payer pour chaque marque.
 - Marque A :
 $73\,027 : 500 \approx 146,1$
 On a donc besoin de 147 sacs.
 Le coût est donc $147 \times 141,95 = 20\,866,65 \text{ €}$.
 - Marque B :
 $73\,027 : 400 \approx 182,6$
 On a donc besoin de 183 sacs.
 Le coût est donc $183 \times 87,9 = 16\,085,70 \text{ €}$.
 - Marque C :
 $73\,027 : 300 \approx 243,4$
 On a donc besoin de 244 sacs.
 Le coût est donc $244 \times 66,5 = 16\,226 \text{ €}$.

On doit choisir la marque B pour que cela coûte le moins cher possible.