79 Situations de partage (1)

Programme 2018
- Mémoriser des procédures.
- Résoudre des problèmes issus de la vie quotidienne.
  » Problèmes relevant des structures multiplicatives, de partages ou de groupements (multiplication/division).
  » Modéliser ces problèmes à l'aide d'écritures mathématiques.

Objectifs spécifiques de la séance
- Approcher la division euclidienne par des situations de partage.
- Produire des écritures du type $a = b \times q + r$ (avec $r < b$).

CALCUL MENTAL

❶ **Donner une écriture soustractive d'un nombre proche d'une dizaine entière**
Ex : 19 → 20 – 1 ; 28 → 30 – 2.
Dire : *« 39 ; 99 ; 98 ; 77 ; 88. »*
L'élève écrit l'écriture soustractive.

❷ **Donner une écriture soustractive d'un nombre proche d'une centaine entière**
Ex : 199 → 200 – 1
Dire : *« 198 ; 297 ; 490 ; 390 ; 699 ; 980 ; 998 ; … »*
L'élève écrit l'écriture soustractive.

Activités préparatoires proposées

Activité 1 **Objectif :** réaliser des partages équitables.
Démarche : manipuler, modéliser.

Matériel par groupes de quatre : collection homogène de petits objets (jetons, cubes, bouchons, buchettes…) d'environ 80 éléments ; bandes des multiples situées en fin de fichier.

30 min

Consigne 1 : *« Dans chaque groupe, prenez 13 éléments. Vous allez faire une distribution entre tous les élèves du groupe. Attention, à la fin de la distribution, tous les élèves doivent avoir le même nombre d'éléments et on ne doit plus pouvoir en distribuer un autre à chacun d'eux. »*
Constater que chaque élève reçoit trois éléments et qu'il reste un élément non distribué.
Consigne 2 : *« Je vous demande d'écrire une égalité qui nous expliquera le résultat et ce qui a été fait. »*
On pourra avoir 13 = 3 + 3 + 3 + 3 + 1 puis 13 = (4 × 3) + 1 (écriture experte).
Recommencer avec 14, 15 puis 16 éléments.
Constater que, pour 16, tous les éléments ont été partagés.
On écrit alors 16 = (4 × 4) + 0.
Faire varier la situation en modifiant le nombre d'éléments (exemple : 39) ou le nombre d'élèves du groupe (trois, cinq ou six).
▶ Faire partager sans matériel ni représentation (par exemple, partager 33 en 7). Les élèves pourront s'appuyer sur la table de 7 ou sur la bande cartonnée des multiples de 7.
On posera la question : *« En 33, combien de fois 7 ? »*
Donner l'écriture : 33 = (7 × 4) + 5.

Information didactique
Il convient de se familiariser avec le sens de la division, indépendamment de l'apprentissage de la technique opératoire. Les fiches 69 et 70 nous ont permis d'introduire la division à partir des groupements. Il existe un autre type de situation conduisant à une division : **le partage en parts égales**, c'est-à-dire le partage d'une collection en **un nombre de parties connu** de même cardinal. On recherche alors la taille de ce cardinal.
Les situations de groupement nous paraissent correspondre à des manipulations plus élémentaires que les situations de partage.
Enfin, rappelons que nous dissocions l'impératif de familiarisation au sens de l'opération de l'apprentissage complexe de la technique opératoire de la division, qui est un objectif du programme du cycle 3.

Activité 2 **Objectif :** réfléchir aux restes possibles pour un diviseur donné.
Démarche : analyser, insitutionnaliser.

5 min

Consigne : *« Lorsqu'on partage équitablement une collection de billes entre quatre enfants, combien peut-il rester de billes ? »*
Il peut rester une, deux, trois billes ou aucune bille (zéro bille).
Demander *« Il ne peut pas rester quatre billes, ni plus de quatre billes. Pourquoi ? »*
Demander quels peuvent être le plus grand reste ou tous les restes possibles dans un partage équitable en deux, en cinq, en huit… On n'oubliera jamais la possibilité du reste égal à zéro, cas particulier de la division exacte où tous les éléments ont été partagés.

Travail sur le fichier

1 Analyser une situation de partage équitable.
Laisser découvrir l'énoncé puis vérifier la compréhension.
Expliquer : « partage équitable » (voir l'activité préparatoire).
Analyser le tableau.
Après la 1re distribution, chaque enfant a reçu un chocolat. 21 chocolats ont été distribués. Il reste 65 chocolats (86 – 21) à partager.
Après la 2e distribution, chaque enfant a reçu un autre chocolat. Il reste alors 44 chocolats (65 – 21) à partager.
Laisser compléter les lignes correspondant aux 3e et 4e distributions, ainsi que la phrase réponse et l'égalité (3e distribution : 44 – 21 = 23 chocolats ; 4e distribution : 23 – 21 = 2 chocolats ; le partage est terminé.)
Chaque enfant recevra quatre chocolats et il reste deux chocolats dans la boite :

86 = (21 × 4) + 2.

On ne peut pas faire une autre distribution. Il ne reste que deux chocolats. On ne peut en donner qu'à deux élèves et, alors, le partage ne sera plus équitable. Il faudrait qu'il reste au moins 21 chocolats.
Autre raisonnement possible :
- après la 2e distribution, chaque enfant a reçu deux chocolats.
21 × 2 = 42 chocolats ont été distribués et il reste :
86 – 42 = 44 chocolats à distribuer ;

- après la 3e distribution, chaque enfant a reçu trois chocolats.
$21 \times 3 = 63$ chocolats ont été distribués et il reste :
$86 - 63 = 23$ chocolats à distribuer ;
- après la 4e distribution, chaque enfant a reçu quatre chocolats.
$21 \times 4 = 84$ chocolats ont été distribués et il reste :
$86 - 84 = 2$ chocolats à distribuer.

Obstacle possible : comprendre la situation de partages à partir de distributions successives.
Étayage proposé : faire vivre la situation avec des bouchons.

2 **Dans une situation de « division-partage », retrouver le nombre de départ (dividende) connaissant la part de chacun (quotient) et le reste.**

Laisser effectuer en autonomie. On multiplie « la part » de chaque enfant par le nombre d'enfants, puis on ajoute les billes restantes.

3 **Rechercher le quotient et le reste dans une « division-partage ».**

Lire l'énoncé et les deux questions, pour prendre la situation dans sa globalité. Laisser effectuer individuellement ou par deux, puis procéder à la correction et au recueil des procédures. Lorsqu'on a distribué une brioche à chaque enfant, on a distribué six brioches.
$6 + 6 + 6 = 18$. On peut faire trois distributions et il reste une brioche.
$19 = 6 + 6 + 6 + 1$.
On peut se dire que, pour six brioches, on a une brioche par enfant et chercher combien de fois il y a 6 dans 19, puis dire $19 = 3$ fois 6 plus 1 ; $19 = (6 \times 3) + 1$.

Obstacle possible : des situations de partage plus compliquées à appréhender que celles de groupement.
Aide proposée : vivre des activités de partage.

4 **Réfléchir sur le statut du reste dans une division euclidienne.**

Lire l'énoncé et laisser effectuer l'exercice en autonomie. S'il reste 12 bonbons, le partage n'est pas terminé car il reste plus de bonbons que d'enfants. On peut encore distribuer un bonbon de plus à chaque enfant.

En fin de séance

Mémorisation et évaluation immédiate

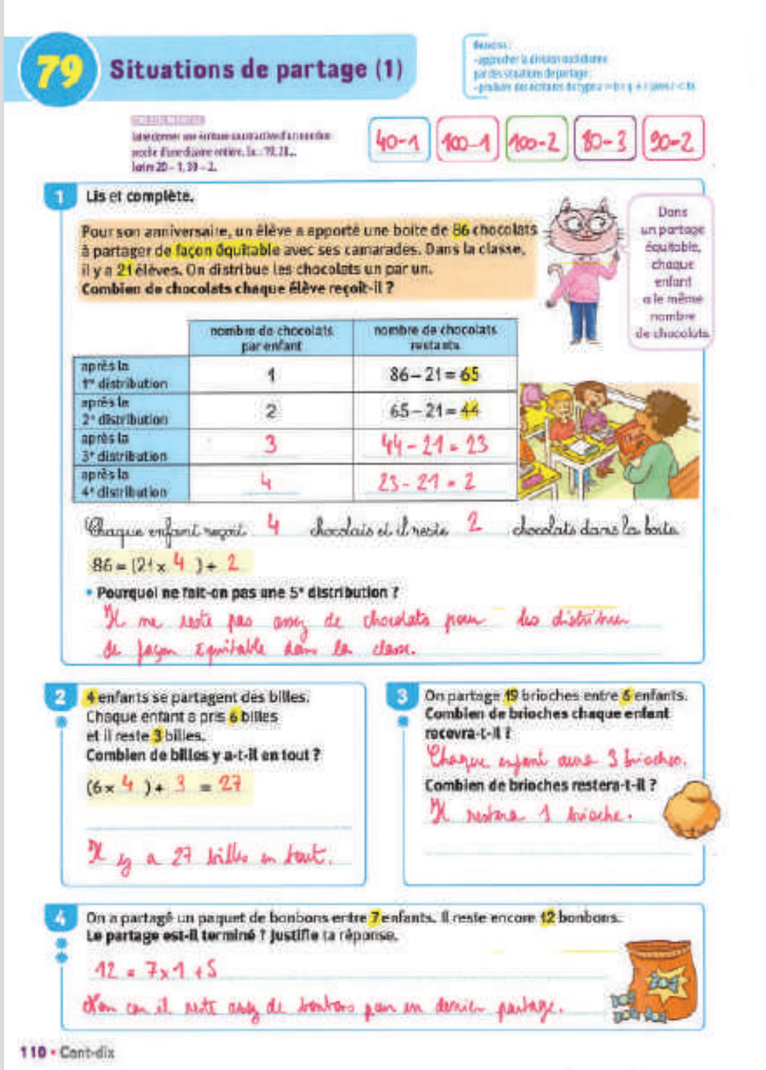
Pouvez-vous expliquer quelle écriture correspond à la situation suivante ? « Maman a partagé ses 10 sucettes entre ses trois enfants. Chacun d'entre eux a eu 3 sucettes. »

a) $10 = 2 \times 5$ **b)** $10 = 3 \times 4 - 2$
c) $10 = 3 \times 2 + 4$ **d)** $10 = 3 \times 3 + 1$

Faisons le point

- Nous avons fait des problèmes de partage équitable.
- Dans un problème de division-partage, toutes les parts doivent être équitables, c'est-à-dire qu'elles doivent contenir le même nombre d'éléments.
- Avec le reste, on ne doit pas pouvoir faire une autre distribution. Il doit être inférieur au nombre de parts.

MÉMO-MATHS Leçon n° 14.



79 **Situations de partage (1)**

40-1 100-1 100-2 80-3 90-2

1 Lis et complète.

Pour son anniversaire, un élève a apporté une boite de 86 chocolats à partager de façon équitable avec ses camarades. Dans la classe, il y a 21 élèves. On distribue les chocolats un par un.
Combien de chocolats chaque élève reçoit-il ?

Dans un partage équitable, chaque enfant a le même nombre de chocolats.

	nombre de chocolats par enfant	nombre de chocolats restants
après la 1re distribution	1	86 – 21 = 65
après la 2e distribution	2	65 – 21 = 44
après la 3e distribution	3	44 – 21 = 23
après la 4e distribution	4	23 – 21 = 2

Chaque enfant reçoit 4 chocolats et il reste 2 chocolats dans la boite.
86 = (21 × 4) + 2

- **Pourquoi ne fait-on pas une 5e distribution ?**
Il ne reste pas assez de chocolats pour les distribuer de façon équitable dans la classe.

2 4 enfants se partagent des billes. Chaque enfant a pris 6 billes et il reste 3 billes.
Combien de billes y a-t-il en tout ?
(6 × 4) + 3 = 27
Il y a 27 billes en tout.

3 On partage 19 brioches entre 6 enfants.
Combien de brioches chaque enfant recevra-t-il ?
Chaque enfant aura 3 brioches.
Combien de brioches restera-t-il ?
Il restera 1 brioche.

4 On a partagé un paquet de bonbons entre 7 enfants. Il reste encore 12 bonbons.
Le partage est-il terminé ? Justifie ta réponse.
12 = 7 × 1 + 5
Non car il reste assez de bonbons pour un dernier partage.

110 • Cent-dix

Prolonger la séance avec…

Le fichier à photocopier

- Exercices différenciés – Problèmes 11 et 12

Pour toute la classe

- On veut partager équitablement 37 images entre des enfants. Suivant le nombre d'enfants, trouver la part de chacun et le nombre d'images qui ne seront pas distribuées.

Nombre d'enfants	Part de chacun	Nombre d'images restantes
4	…	…
5	…	…
6	…	…
7	…	…
8	…	…
9	…	…
10	…	…

- Problème 1 : Dans un partage équitable d'un paquet de bonbons entre sept enfants, il reste quatre bonbons. Combien faudrait-il ajouter de bonbons pour que chaque enfant reçoive un bonbon de plus ?
- Problème 2 : Avec 50 tulipes, la fleuriste a fait huit bouquets identiques. Combien y a-t-il de tulipes par bouquet ? Combien manque-t-il de tulipes pour faire un autre bouquet ?
- Entre 10 et 20, demander quels sont les nombres que l'on peut diviser exactement par 2, par 3, par 4, par 5 et par 6.