

Programme 2018

- Élaborer ou choisir des stratégies de calcul, à l'oral et à l'écrit.
- Mémoriser des faits numériques.
 - » Problèmes relevant de structures multiplicatives (multiplication/division).
 - » Sens des symboles $+$, $-$, \times , $:$.

Objectif spécifique de la séance

Effectuer une division exacte par un calcul réfléchi.



Information didactique

Dans cette fiche, nous continuons à travailler sur la **division exacte**, mais en sortant du cadre des produits des tables de multiplication. Comme pour le calcul des moitiés de certains nombres pairs, nous allons procéder par un **calcul réfléchi** en décomposant le nombre à diviser sous la forme d'une somme de multiples du diviseur. Nous utiliserons ensuite l'égalité :

$$(a + b) : c = (a : c) + (b : c).$$

Lorsque le nombre à diviser ne sera plus un multiple du diviseur, nous introduirons une nouvelle opération, appelée « **division euclidienne** ».

CALCUL MENTAL

Calculer une somme de mesures de longueurs

Travail par deux.

1 Dire : « 2 cm 5 mm + 3 cm ; 4 cm 6 mm + 3 mm ; 1 cm 7 mm + 6 mm ; 4 cm 8 mm + 1 cm 4 mm ; 1 cm 5 mm + 1 cm 5 mm. Lorsque la somme des mm dépasse 10, faire la transformation en cm. »

L'élève écrit la somme.

2 Dire : « 1 m 75 cm + 2 m 15 cm ; 1 m 40 cm + 60 cm ; 2 m 50 cm + 60 cm ; 6 m 30 cm + 3 m 70 cm ; 75 cm + 80 cm. Lorsque la somme des cm dépasse 10, faire la transformation en m. » L'élève écrit la somme.

Voici à quels calculs on pourrait aboutir :

• $45 = 30 + 15$. On ne peut pas décomposer en $40 + 5$, car 40 et 5 ne sont pas des multiples de la table de 3.

$(30 : 3) + (15 : 3) = 10 + 5 = 15$, donc $45 : 3 = 15$.

• $78 = 60 + 18$.

$(60 : 6) + (18 : 6) = 10 + 3 = 13$, donc $78 : 6 = 13$.

Éventuellement, travailler sur un autre exemple : $96 : 8$.

Activités préparatoires proposées

Activité 1 Objectif : calculer la moitié d'un nombre pair par un calcul réfléchi.

Démarche : analyser, modéliser, calculer.

Demander aux élèves de travailler par groupes de deux.

Consigne 1 : « Nous voulons diviser une collection de 38 jetons en deux parties égales, en deux moitiés. On doit calculer combien il y aura de jetons dans chaque partie, dans chaque moitié. Comme le calcul est un peu difficile, nous allons décomposer 38 sous la forme d'une somme de deux nombres et calculer la moitié de chaque nombre comme nous l'avons déjà vu dans d'autres leçons. »

Demander : « Que proposez-vous comme décomposition de 38 pour que la division soit plus facile ? »

Choisir $30 + 8$ et faire calculer $(30 : 2) + (8 : 2) = 15 + 4 = 19$.

Écrire l'opération $38 : 2 = 19$. Vérifier par le calcul de la multiplication : $19 \times 2 = 38$.

Consigne 2 : « Avec la même méthode, divisez 56 par 2. »

$56 = 50 + 6$; $56 : 2 = (50 : 2) + (6 : 2) = 25 + 3 = 28$.

Activité 2 Objectif : calculer une division exacte par un calcul réfléchi.

Démarche : calculer, verbaliser.

Diviser la classe en deux et demander aux élèves de travailler par groupes de deux.

À une moitié de classe, proposer la division $45 : 3$ et, à l'autre moitié, proposer la division $78 : 6$.

Laisser les groupes chercher. Observer s'ils réinvestissent la procédure mise en œuvre pour la division par deux. Aider les élèves pour choisir la décomposition, puis demander à deux groupes de venir présenter leurs calculs.

Travail sur le fichier

1 Présenter une technique de calcul réfléchi pour effectuer une division exacte.

Demander quelle est la division à effectuer. Lire les bulles et observer les calculs pour comprendre la méthode utilisée.

Faire reformuler la méthode utilisée pour diviser 36 par 3. Lire les trois autres divisions à effectuer.

Demander quelles sont les décompositions qui ont été faites pour faciliter les calculs.

On a décomposé :

72 en $60 + 12$; 88 en $80 + 8$; 96 en $80 + 16$.

Laisser compléter et effectuer les calculs. Vérifier les résultats par la multiplication.

Réfléchir sur les décompositions de 72 et 96. Demander « Pourquoi n'a-t-on pas choisi les décompositions $70 + 2$ et $90 + 4$? »

Réponse : « Parce qu'on ne peut pas diviser 70 et 2 par 6. On ne peut pas diviser 90 et 6 par 4. »

2 Diviser un nombre en s'appuyant sur quelques quotients intermédiaires déjà fournis.

Écrire les opérations au tableau, ainsi que les quotients à utiliser. Faire lire oralement les divisions et les trois divisions fournies. Dire que ces trois divisions vont nous être utiles pour nos calculs.

On remarquera que toutes les divisions sont des divisions par 5 et que tous les nombres à diviser sont d'assez grands nombres, qu'il va falloir décomposer.

$115 = 100 + 15 \rightarrow (100 : 5) + (15 : 5) = 20 + 3 = 23$.

$130 = 100 + 30 \rightarrow (100 : 5) + (30 : 5) = 20 + 6 = 26 \dots$

Effectuer les multiplications pour vérifier ($23 \times 5 = 115$, etc.).

Obstacles possibles :

- Le nombre des tâches à effectuer mentalement (décomposition, repérage des quotients utiles, somme de ces quotients).

- La décomposition du nombre 145 en trois termes.



3 Diviser une dizaine entière par 10.

On pourra travailler sur les formulations « 30 divisé par 10 » ; « dans 30, combien de fois 10 ? » ; « combien de dizaines dans 30 ? » ; « par combien faut-il multiplier 10 pour faire 30 ? », etc.

• **Aide proposée :** effectuer les multiplications pour vérifier.

4 Vérifier un quotient exact par la multiplication correspondante.

Lire le texte et la solution de monsieur Durand. On nous demande de vérifier son résultat en effectuant une multiplication. Si ce résultat est exact, en multipliant 18 € par 6, on doit retrouver la somme du départ. Poser et effectuer cette opération.

• **Obstacle possible :** le calcul de la multiplication.

5 Aborder la notion de divisibilité.

Laisser lire le problème silencieusement. Ménager un temps de confrontation par deux et laisser résoudre le problème en binôme, en travaillant d'abord sur la 1^{re} question. Passer dans les rangs pour observer les procédures et relancer la réflexion. Dans la phase de correction, dégager quelques justifications :

- Il n'y a pas de multiplication qui correspond à la division de 20 par 3 ; $3 \times \dots = 20$ est impossible.
- 20 n'est pas dans la table de multiplication par 3.
- Jusqu'à 30, les nombres que l'on peut diviser exactement par 3 sont : 3 ; 6 ; 9 ; 12 ; 15 ; 18 ; 21 ; 24 ; 27 et 30. 20 est situé entre 18 et 21 et n'est pas divisible par 3.
- Nous avons essayé avec 20 jetons (ou images) en faisant des tas de trois. Nous avons obtenu six tas de trois jetons et il nous restait deux jetons. Écrire $20 = (3 \times 6) + 2$. C'est une ouverture sur la division euclidienne.

Passer à la 2^e question. On peut diviser exactement 21 images en groupes de 3 images parce que 21 est dans la table de 3. À la division $21 : 3$ correspond bien une multiplication : $3 \times 7 = 21$.

• **Obstacle possible :** formuler une justification par écrit.

Étayages proposés :

- Construire cette formulation avec les élèves.
- Proposer des situations identiques avec d'autres nombres, impliquant d'autres tables de multiplication.

En fin de séance

Mémorisation et évaluation immédiate

- Pouvez-vous expliquer une méthode pour diviser 65 par 5 ? Comment allez-vous vérifier votre calcul ?

Faisons le point

- Pour diviser des « grands » nombres, nous les avons décomposés. Par exemple, pour diviser 36 par 3, nous avons décomposé 36 en 30 + 6 ; nous avons divisé 30 et 6 par 3, puis nous avons additionné les résultats. $(30 : 3) + (6 : 3) = 10 + 2 = 12$.
- À la fin, nous avons vérifié le résultat de notre division en faisant la multiplication $12 \times 3 = 36$.
- Nous avons vu qu'un nombre n'est pas toujours divisible par un autre nombre. Par exemple, on ne peut pas diviser exactement 20 par 3.

92
Multiplier, diviser (2)

Diversifier les exercices de division exacte par un ou plusieurs.

Calculer une somme de nombres de dizaines (lire les transformations). Ex. : 1 fois 7 (un + six) = 2 fois 3 (trois + trois).

Somme
4 en 2 fois
2 en 3 fois
6 en 2 fois
3 fois

1 Observe, explique puis calcule.

Je décompose pour mieux calculer.

36 divisé par 3

 $30 : 3 = 10$
 $6 : 3 = 2$
 $36 : 3 = 12$

36 divisé par 3, c'est 30 divisé par 3 plus 6 divisé par 3.

72 divisé par 6
 $60 : 6 = 10$
 $12 : 6 = 2$
 $72 : 6 = 12$

88 divisé par 4
 $80 : 4 = 20$
 $8 : 4 = 2$
 $88 : 4 = 22$

96 divisé par 4
 $80 : 4 = 20$
 $16 : 4 = 4$
 $96 : 4 = 24$

2 Utilise le résultat de ces divisions pour calculer.

$100 : 5 = 20$

$115 : 5 = 23$

$215 : 5 = 43$

$15 : 5 = 3$

$130 : 5 = 26$

$230 : 5 = 46$

$30 : 5 = 6$

$200 : 5 = 40$

$145 : 5 = 29$

3 Complète.

$30 : 10 = 3$

$70 : 10 = 7$

$80 : 10 = 8$

$60 : 10 = 6$

$40 : 10 = 4$

$90 : 10 = 9$

Combien de fois 10 dans 30 ?

4 Monsieur Durand doit partager 108 € entre ses six enfants. Il écrit :

$108 \div 6 = 18 \text{ €}$
 Chaque enfant recevra 18 €.

Vérifie son calcul en faisant une multiplication.

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 6 \\ \hline 108 \end{array}$$

5 Peut-on diviser exactement 21 images en faisant 3 tas égaux ? Justifie ta réponse.

$21 = 3 \times 7$

Oui, on peut faire 3 tas égaux.

Peut-on diviser exactement 20 images en faisant 3 tas égaux ? Justifie ta réponse.

Non, car 20 ne fait pas partie de la table de 3.

125 • Cent-vingt-cinq

Prolonger la séance avec...

Le fichier à photocopier

- Exercices différenciés – Calculs 19 et 20

Du soutien

- Souligner tous les nombres que l'on peut diviser exactement par 6 : 9 ; 12 ; 20 ; 25 ; 18 ; 24 ; 30 ; 21 ; 15 ; 26 ; 36 ; 40 ; 60 ; 48.
- Trouver deux nombres que l'on peut diviser exactement par 3 et par 4.
- Écrire et calculer les divisions exactes que l'on peut calculer à partir de ces multiplications : $9 \times 7 = 63$; $12 \times 4 = 48$.

De l'approfondissement

- Dans l'exercice 4, décomposer le nombre 108 pour effectuer la division par 6.
- Souligner tous les nombres que l'on peut diviser exactement par 9 : 9 ; 12 ; 27 ; 29 ; 39 ; 36 ; 49 ; 63 ; 81 ; 90 ; 100 ; 900.
- Trouver deux nombres que l'on peut diviser exactement par 3 et par 5.
- Compléter : $18 = (3 \times 5) + 3$; $21 = (\dots \times 5) + 1$; $27 = (\dots \times 5) + 2$; $32 = (\dots \times 5) + 2$.
- Décomposer ces nombres pour pouvoir les diviser plus facilement par 5 : 70 ; 75 ; 85 ; 150.
- Calculer en décomposant : 104 : 8 ; 120 : 8 ; 160 : 8.

