

Programme 2018

- Mémoriser des faits numériques.
 - » Décompositions multiplicatives de 10 et de 100.
- Élaborer ou choisir des stratégies de calcul.
 - » Propriétés implicites des opérations.
- Calcul mental.
 - » Calculer mentalement pour obtenir un résultat exact.
- Calcul en ligne.
 - » Calculer en utilisant des écritures en ligne.

Objectif spécifique de la séance

Effectuer des calculs en s'appuyant sur la commutativité et l'associativité de la multiplication.



Information didactique

Le **calcul rapide** est utile dans la vie de tous les jours et présente aussi l'avantage de pouvoir contrôler un résultat obtenu par d'autres moyens. Il développe les compétences, car il fait appel à une utilisation souvent originale des propriétés des nombres et des opérations. Cette fiche propose des recompositions à partir de calculs multiplicatifs comportant trois ou quatre facteurs. Ces calculs s'appuient sur deux propriétés de la multiplication : la commutativité et l'associativité (ces deux termes sont définis dans le lexique, page xxx de ce guide). Le **calcul en arbre** est d'une plus grande lisibilité. Il nous permet de bien nous rendre compte du cheminement suivi dans un calcul, de mieux comprendre les différents regroupements effectués ainsi que leur succession. Le tracé d'un arbre de calcul par les élèves reste délicat au cycle 2.

CALCUL MENTAL



1 Calculer la différence de deux nombres à 2 chiffres

Dire : « $40 - 12$; $60 - 15$; $50 - 14$; $80 - 25$; $31 - 18$; $72 - 15$; $60 - 35$; $78 - 18$. »

L'élève écrit la différence.



2 Effectuer deux soustractions successives

Dire : « $46 - 10 - 3$; $46 - 3 - 10$; $59 - 20 - 5$; $59 - 5 - 20$; $61 - 30 - 2$; $61 - 2 - 30$. »

L'élève écrit la différence.

Activité préparatoire proposée

Activité **Objectif** : calculer les produits de trois nombres en utilisant les propriétés de la multiplication.

Démarche : calculer, verbaliser.



► Écrire au tableau le même produit de trois nombres en associant différemment les facteurs. Dessiner au tableau les arbres suivants.

$$\begin{array}{ccc}
 6 \times 3 \times 10 & 3 \times 10 \times 6 & 6 \times 10 \times 3 \\
 \diagdown \quad \diagup & \diagdown \quad \diagup & \diagdown \quad \diagup \\
 \dots & \times \dots & \dots \\
 \diagdown \quad \diagup & \diagdown \quad \diagup & \diagdown \quad \diagup \\
 \dots & \dots & \dots
 \end{array}$$

Diviser la classe en trois groupes. Dans chaque tiers de la classe, les élèves travaillent en binômes sur le même calcul. Avant de commencer le calcul, faire remarquer que ces calculs sont des calculs multiplicatifs de trois facteurs, que les nombres qui sont multipliés sont les mêmes mais qu'ils ne sont pas écrits dans le même ordre. Enfin, signaler que l'ordre des calculs est imposé par la « disposition en arbre ».

En réalité, l'arbre remplace des parenthèses, en guidant la priorité des calculs.

Un binôme vient au tableau pour le premier calcul et explique : « Nous avons multiplié 6 par 3, ça fait 18 ; puis 18 par 10, ça fait 180. » (Faire rappeler la règle de multiplication par 10).

Un binôme vient au tableau pour le 2^e calcul et explique : « Nous avons multiplié 3 par 10, ça fait 30 ; puis 30 par 6, ça fait 180. »

Un binôme vient au tableau pour le 3^e calcul et explique : « Nous avons multiplié 6 par 10, ça fait 60 ; puis 60 par 3, ça fait 180. »

Comparer les résultats obtenus. Constater qu'ils sont les mêmes. En déduire que, dans une multiplication de plusieurs nombres, on peut changer l'ordre des calculs et déplacer les nombres sans changer le résultat.

Proposer un autre calcul à effectuer par groupe de deux :

$$4 \times 7 \times 10.$$

Travail sur le fichier

1 Effectuer un produit de trois facteurs à partir d'un calcul en arbre et constater qu'il existe plusieurs façons d'associer les facteurs.

Recopier ou vidéoprojeter les trois calculs au tableau pour faciliter les échanges dans la classe. Laisser observer les trois calculs affichés. Les calculs se font bien sûr toujours en deux étapes.

Faire analyser le fonctionnement induit par un arbre de calcul. Lorsque deux nombres sont reliés, il faut calculer leur produit : ce calcul est à faire en priorité. Le produit est placé sur la 2^e ligne pour être réutilisé dans la 2^e étape du calcul. Un nombre qui n'est pas relié à un autre n'est pas utilisé dans cette 1^{re} étape. Il est placé directement sur la 2^e ligne.

Les élèves expliquent oralement pour chaque calcul comment ils vont procéder, puis effectuent ces calculs.

On constate en premier lieu que même si l'on change l'ordre des calculs ou les associations de facteurs, le résultat reste toujours le même.

On constate ensuite qu'avec certaines associations, on peut effectuer le calcul plus facilement donc plus rapidement qu'avec d'autres. On aura donc toujours intérêt à rechercher des associations qui facilitent les calculs. C'est ici le cas pour le premier calcul, dans lequel on va passer par une multiplication par 10.

Obstacles possibles :

- Le repérage dans un arbre de calcul.
- La multiplication de dizaines entières.

2 Repérer dans un produit de trois facteurs le calcul le plus simple et le justifier.

Faire énoncer l'ordre dans la 1^{re} étape pour chaque calcul, puis laisser effectuer les calculs. Dire aux élèves qu'ils ne sont pas obligés de commencer par le calcul A, mais qu'ils peuvent les faire dans l'ordre qu'ils veulent.

Constater que le plus simple est le calcul B, dans lequel on a regroupé 2×5 pour avoir un facteur 10.

• **Obstacle possible :** le calcul 18×5 .

3 Repérer dans un produit de trois facteurs les associations qui font passer par un facteur 10 ou 100.

Observer les calculs. Dans les trois premiers, les facteurs à associer sont soulignés. Ces associations permettent d'obtenir les produits 12×10 , 24×10 et 7×100 , qui ne posent pas de problème.

Dans les trois autres calculs, il faudra associer 50 et 2 ; 25 et 4 ; 20 et 5 pour obtenir le facteur 100.

• **Obstacle possible :** repérage des produits égaux à 100.

• **Étayage proposé :** mémoriser les décompositions multiplicatives de 100.

4 Mettre en évidence la commutativité et l'associativité de la multiplication.

Constater que multiplier par 2 puis par 5 équivaut à multiplier par 5 puis par 2, donc l'ordre des facteurs n'a pas d'importance pour le résultat (commutativité de la multiplication).

Constater que l'on peut remplacer « $\times 2 \times 5$ » par « $\times 10$ » (associativité de la multiplication).

5 Remplacer une écriture multiplicative de quatre facteurs par trois écritures multiplicatives de deux facteurs.

Observer et faire expliquer comment sont obtenus les trois produits de deux facteurs à partir de la première écriture : $(5 \times 4) \times (2 \times 6) \rightarrow 20 \times 12$; $(5 \times 2) \times (4 \times 6) \rightarrow 10 \times 24$; $(5 \times 6) \times (4 \times 2) \rightarrow 30 \times 8$.

Faire effectuer les regroupements sur les trois autres écritures.

• **Obstacle possible :** le repérage des regroupements.

• **Étayage proposé :** calculer les produits avec la calculatrice pour vérifier qu'ils sont tous égaux.

En fin de séance

Mémorisation et évaluation immédiate

Expliquez comment calculer astucieusement les produits $25 \times 3 \times 4$ et $2 \times 6 \times 5 \times 4$.

Faisons le point

- Nous avons effectué des calculs multiplicatifs.
- Pour calculer plus vite des écritures multiplicatives de trois ou quatre nombres, nous avons vu qu'il fallait associer astucieusement des nombres pour obtenir, par exemple, des multiplications par 10, par 100 ou par 1 000. Par exemple, $2 \times 19 \times 5 = (2 \times 5) \times 19 = 10 \times 19 = 190$.

Calculer la différence de deux nombres à deux chiffres. Ex. : $40 - 12$, $68 - 15$. Écrire la différence.

28 45 36 55 13 57 25 60

1 Calcule le produit $10 \times 4 \times 3$.

$$\begin{array}{r} 10 \times 4 \times 3 \\ \underline{40} \times 3 \\ 120 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \times 4 \times 3 \\ \underline{30} \times 4 \\ 120 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \times 4 \times 3 \\ \underline{40} \times 3 \\ 120 \end{array}$$

Il y a plusieurs façons de calculer !



Pour chaque calcul, explique comment tu procèdes.

2 Calcule.

$$\begin{array}{r} 9 \times 2 \times 5 \\ \underline{18} \times 5 \\ 90 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \times 2 \times 5 \\ \underline{9} \times 10 \\ 90 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \times 2 \times 5 \\ \underline{45} \times 2 \\ 90 \end{array}$$

Quel calcul a été le plus simple ? Explique pourquoi.

3 Calcule.

$$\begin{array}{l} 12 \times 2 \times 5 = 120 \\ 2 \times 24 \times 5 = 240 \\ 7 \times 50 \times 2 = 700 \\ 28 \times 2 \times 50 = 2800 \\ 25 \times 9 \times 4 = 900 \\ 20 \times 12 \times 5 = 1200 \end{array}$$

Repère les produits qui permettent de calculer facilement.



4 Calcule.

4	$\times 5$	20	$\times 2$	40
6		30		60
7		35		70
	$\times 10$			

Que remarques-tu ?

5 Remplace chaque écriture multiplicative par des produits de deux nombres.

$$\begin{array}{l} 5 \times 4 \times 2 \times 6 \\ 20 \times 12 \\ 10 \times 24 \\ 30 \times 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2 \times 3 \times 4 \times 5 \\ 6 \times 20 \\ 8 \times 15 \\ 10 \times 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 5 \times 4 \times 10 \times 3 \\ 20 \times 30 \\ 50 \times 12 \\ 15 \times 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 20 \times 2 \times 3 \times 5 \\ 40 \times 15 \\ 60 \times 10 \\ 100 \times 6 \end{array}$$

106 • Cent-six

Prolonger la séance avec...

► Du soutien

- Mémoriser les produits de deux nombres égaux à 100 (2×50 ; 4×25 ; 20×5 ; 10×10)
- Effectuer les calculs : $3 \times 4 \times 2$; $6 \times 3 \times 2$; $2 \times 7 \times 5$; $5 \times 11 \times 2$; $2 \times 8 \times 50$; $50 \times 15 \times 2$; $4 \times 25 \times 2$.
- Compléter et calculer : $2 \times 7 \times 50 \times 5 = 100 \times \dots = \dots$; $8 \times 4 \times 25 \times 2 = 16 \times \dots = \dots$
- Présenter le calcul en arbre et effectuer le calcul $12 \times 5 \times 2$. Choisir le calcul le plus rapide.

► De l'approfondissement

- Désigner les nombres suivants sous la forme d'une écriture multiplicative de deux nombres : 32 ; 45 ; 48 ; 56 ; 81 ; 54 ; 120 ; 125.
- Désigner les nombres suivants sous la forme d'une écriture multiplicative de trois nombres : 32 ; 45 ; 48 ; 81 ; 120 ; 125.
- Désigner les nombres suivants sous la forme d'une écriture multiplicative de quatre nombres : 32 ; 81 ; 100.
- Calculer le nombre $2 \times 5 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5$.